

1º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 41

Matemática



Inicio

El objetivo de esta clase es comprender y aplicar el **método de Cramer** para resolver sistemas de ecuaciones.

OA4

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Método de Cramer

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas por el **método de Cramer**, se debe calcular el discriminante del sistema y el que se relaciona con cada incógnita, es decir:

Sea $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$ donde a, b, c, d, e y f son números racionales y x e y son incógnitas.

Calculamos determinantes:

Determinante del sistema

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - bd$$

Determinante de la incógnita x

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix} = ce - bf$$

Determinante de la incógnita y

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} = af - cd$$

Luego, la solución del sistema de ecuaciones lineales será:

$$\left(x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta} \right), \text{ con } \Delta \neq 0$$



Ejemplo:

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones usando el método de Cramer.

$$\begin{cases} 3x - 5y = 3 \\ 5x - 3y = 7 \end{cases}$$

Comenzamos calculando los discriminantes del sistema:

1º Determinante del sistema.

$$\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - bd \longrightarrow \Delta = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 5 & -3 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-3) - 5 \cdot (-5) = -9 + 25 = 16$$

2º Determinante de la incógnita x.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix} = ce - bf \longrightarrow \Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & -5 \\ 7 & -3 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-3) - 7 \cdot (-5) = -9 + 35 = 26$$

3º Determinante de la incógnita y.

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} = af - cd \longrightarrow \Delta_y = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} = 3 \cdot 7 - 5 \cdot 3 = 21 - 15 = 6$$

Luego, determinamos la solución del sistema.

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} \longrightarrow x = \frac{26}{16} = \frac{13}{8}$$

$$y = \frac{\Delta_y}{\Delta} \longrightarrow y = \frac{6}{16} = \frac{3}{8}$$

Finalmente, el valor de cada incógnita del sistema es:

$$x = \frac{13}{8} \quad ; \quad y = \frac{3}{8}$$



Actividad 1:

Resuelve los ejercicios a, b, c y d del ítem 4 de la página 37 de tu cuaderno de ejercicios.



Actividad 2:

Responde las preguntas a y b del ítem 8 de la página 39 de tu cuaderno de ejercicios.



Actividad 3:

Resuelve el problema del ítem 9 de la página 39 de tu cuaderno de ejercicios.

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en el **solucionario de tu cuaderno de ejercicios, página 91.**



Actividad 4:

Creas una situación que se modele con un sistema de ecuaciones lineales y resuélvelo a través del método de Cramer. .

Cierre



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál es la solución del siguiente sistema de ecuaciones? Utiliza el método de Cramer.

- a) (-2,5)
- b) (5,-2)
- c) (2,-5)
- d) (-5,2)

$$\begin{cases} 4x + y = -3 \\ -3x + y = 11 \end{cases}$$

2

Las edades de una madre y de su hija suman 42 años. Cuando la hija tenga la edad de la madre, dicha suma será 90 años. En la actualidad, ¿qué edad tiene la madre y su hija, respectivamente?

- a) 23 y 19 años
- b) 28 y 14 años
- c) 33 y 9 años
- d) 40 y 2 años

3

Utilizando el método de Cramer, determina el valor de la incógnita "y" del siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} \frac{x+1}{3} - \frac{y-1}{2} = 1 \\ 7x - 4(x+y) = 4 \end{cases}$$

- a) 0
- b) 5
- c) 4
- d) 6

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

1º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Método de resolución: Cramer

Conceptos

Para resolver un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas de la forma:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases} \quad \text{Donde } a, b, c, d, e \text{ y } f \text{ son números racionales y } x \text{ e } y \text{ son incógnitas.}$$

Utilizando el **método de Cramer** se calcula el determinante (Δ) del sistema y el que se relaciona con cada incógnita. Luego se calcula la solución del sistema.

<p>Determinante del sistema</p> $\Delta = \begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = ae - bd$	<p>Determinante de la incógnita x</p> $\Delta_x = \begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix} = ce - bf$	<p>Determinante de la incógnita y</p> $\Delta_y = \begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix} = af - cd$
--	---	---

La solución del problema se obtiene calculando: $x = \frac{\Delta_x}{\Delta}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$.

Para obtener el valor de las incógnitas x e y es necesario que $\Delta \neq 0$.

Ejemplo 4

Resuelve utilizando el método de Cramer el sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 2x - 7y = 2(y + 4) \\ 2(y - 4x) = 3(x + 5) \end{cases}$$

- 1 Se expresarán las ecuaciones en la forma $\begin{cases} ax + by = c \\ dx + ey = f \end{cases}$ y luego se resolverá utilizando el método de Cramer.

$$\begin{aligned} 2x - 7y = 2(y + 4) &\rightarrow 2x - 7y = 2y + 8 &\rightarrow 2x - 9y = 8 \\ 2(y - 4x) = 3(x + 5) &\rightarrow 2y - 8x = 3x + 15 &\rightarrow -11x + 2y = 15 \end{aligned}$$

- 2 Los determinantes a calcular son:

Determinante del sistema: $\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ -11 & 2 \end{vmatrix} = 2 \cdot 2 - (-11) \cdot (-9) = -95$.

Determinante para x : $\Delta_x = \begin{vmatrix} 8 & -9 \\ 15 & 2 \end{vmatrix} = 8 \cdot 2 - (15) \cdot (-9) = 151$.

Determinante para y : $\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ -11 & 15 \end{vmatrix} = 2 \cdot 15 - (-11) \cdot 8 = 118$.

- 3 Utilizando el método de Cramer, se tiene $x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = -\frac{151}{95}, y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = -\frac{118}{95}$.
- 4 Luego de comprobar las soluciones, se tiene que la solución al sistema de ecuaciones es $x = -\frac{151}{95}, y = -\frac{118}{95}$.

4. Utilizando el método de Cramer, resuelve:

a.
$$\begin{cases} x - 5y = 24 \\ 2x + 3y = 9 \end{cases}$$

$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$

c.
$$\begin{cases} 11x - 13y = 23 \\ -x + 3y = -13 \end{cases}$$

$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$

b.
$$\begin{cases} 21x + 6y = 15 \\ 35x + 10y = 33 \end{cases}$$

$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$

d.
$$\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 4x + y = 14 \end{cases}$$

$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$

5. Decide, en cada caso, si el sistema de ecuaciones tiene solución y si son infinitas soluciones. En el caso de que la solución sea única, encuéntrala aplicando el método gráfico.

a.
$$\begin{cases} 3x + y = 4 \\ -y + 2x = 1 \end{cases}$$

$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$

c.
$$\begin{cases} 3x + 3y = -9 \\ y = -x - 3 \end{cases}$$

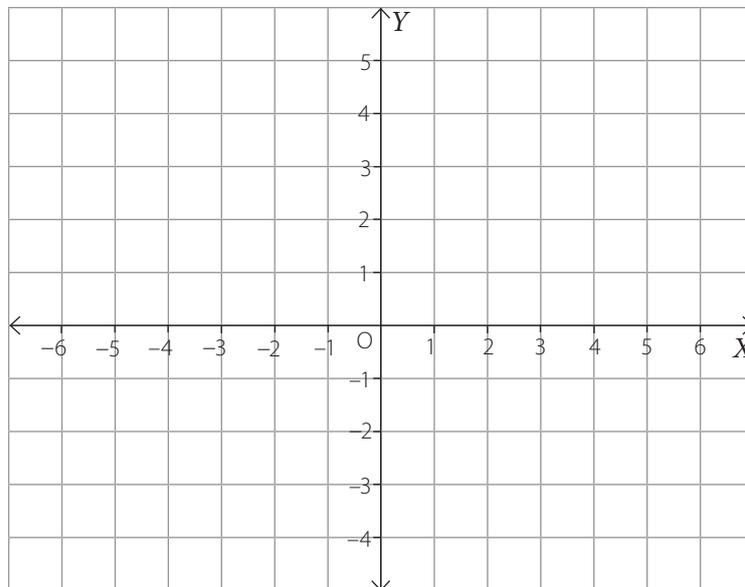
$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$

b.
$$\begin{cases} 2x - 3y + 10 = 0 \\ 4y + 20 = 6x \end{cases}$$

$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$

d.
$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

$x = \boxed{} \quad y = \boxed{}$



7. Dados los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\textcircled{A} \begin{cases} 2x + y = 4 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$$

$$\textcircled{B} \begin{cases} 5x - y = 6 \\ 5x - y = 12 \end{cases}$$

Verifica si cada afirmación es verdadera (V) o falsa (F). Justifica las falsas.

a. El sistema \textcircled{A} es compatible determinado.

b. El conjunto solución de \textcircled{A} es $(-1, 6)$.

c. La solución gráfica de \textcircled{B} es una recta.

d. El conjunto solución de \textcircled{B} es $(5, 3)$.

e. El sistema \textcircled{B} es compatible indeterminado.

8. Un estudiante rindió un examen consistente en 100 preguntas con alternativas. El profesor asigna 5 puntos por cada respuesta correcta y descuenta 1 punto por cada 4 respuestas incorrectas.

a. Si el estudiante contestó 59 preguntas y obtuvo 169 puntos, ¿cuántas preguntas correctas tuvo?

b. Con estas condiciones, ¿puede ser 56,5 y 43,5, respectivamente, una solución al problema? ¿Por qué?

9. Algunos alimentos proporcionan minerales y vitaminas necesarias para un óptimo estado de salud. La siguiente tabla muestra el contenido, por porción, de calcio, fósforo y vitamina C de tres frutas.

Frutas	Calcio (g)	Fósforo (g)	Vitamina C (g)
Fresa	0,22	0,23	0,7
Guayaba	0,2	0,35	0,75
Naranja	0,4	0,2	0,55

Si una dieta nutricional recomienda consumir 3,26 g de calcio, 3,24 g de fósforo y 8,05 g de vitamina C, entre otros minerales y vitaminas, ¿cuántas porciones de cada fruta se deben consumir, para cumplir la dieta propuesta?
