3º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 40

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

En esta clase aplicaremos nuestros conocimientos para resolver **problemas que involucren ángulos del centro e inscrito en una circunferencia.**

OA4

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

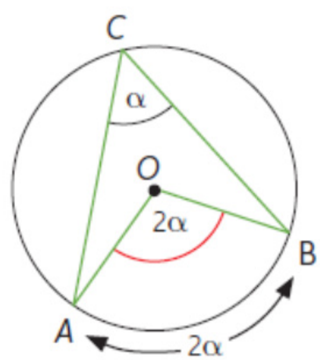
Desarrollo

Para cumplir con el objetivo de esta clase, trabajaremos en las páginas 59 y 60 de tu **Texto del Estudiante**, ya que comenzaremos a conocer y utilizar el ángulo del centro e inscrito en una circunferencia.

En una circunferencia de centro *O*, el ángulo del centro es aquel que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y cuyos lados son radios de esta. La medida del arco $\widehat{AB}$ es igual a la medida del ángulo del centro AOB. Es decir:

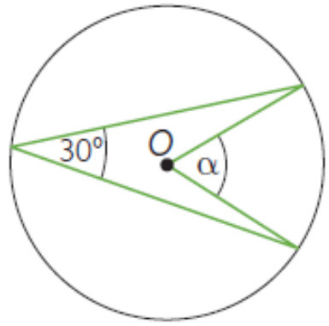
$$m(\sphericalangle AOB) = m\ (\widehat{AB})$$

El ángulo inscrito es aquel que tiene su vértice en la circunferencia y cuyos lados son cuerdas de la misma.
Si un ángulo del centro y un ángulo inscrito en una circunferencia subtienden el mismo arco, el ángulo del centro mide el doble que el ángulo inscrito.



$$m(\sphericalangle AOB) = 2m(\sphericalangle ACB)$$

Ejemplo: Si se debe calcular la medida de un ángulo del centro sabiendo la medida del ángulo inscrito que subtiende el mismo arco, se aplica la relación métrica que existe entre ellos.



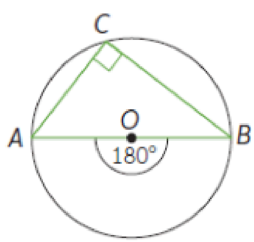
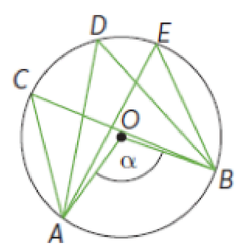
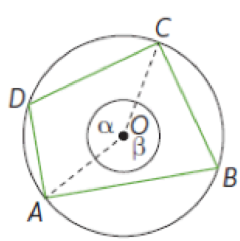
$\alpha = 2 \cdot 30° = 60°$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu Texto del Estudiante**, página 228.

Actividad 1

Resuelve los ejercicios b y c del **ítem 2** de la página 60 de tu **Texto del Estudiante**. Puedes comprobar las respuestas anteriores en el **solucionario de tu Texto del Estudiante**, página 228.

Además de lo anterior, en una circunferencia de centro O, se cumplen los siguientes teoremas:

Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.		$m(\sphericalangle ACB) = \dfrac{180°}{2} = 90°$
Ángulos inscritos que subtienden arcos iguales son congruentes entre sí.		$m(\sphericalangle ACB) = \dfrac{m(\sphericalangle AOB)}{2}$; $m(\sphericalangle ADB) = \dfrac{m(\sphericalangle AOB)}{2}$ $m(\sphericalangle AEB) = \dfrac{m(\sphericalangle AOB)}{2}$ Por lo tanto, $\sphericalangle ACB \cong \sphericalangle ADB \cong \sphericalangle AEB$
En todo cuadrilátero inscrito en una circunferencia, sus ángulos opuestos son suplementarios.		$\alpha + \beta = 360°$, pero $m(\sphericalangle CBA) = \dfrac{\alpha}{2}$ y $m(\sphericalangle ADC) = \dfrac{\beta}{2}$ Así, $m(\sphericalangle CBA) + m(\sphericalangle ADC) = 180°$ Del mismo modo se obtiene: $m(\sphericalangle BAD) + m(\sphericalangle DCB) = 180°$

Actividad 2

Resuelve los **ítems 1 y 2** de la página 26 y 27 de tu **cuaderno de actividades**. Puedes comprobar las respuestas anteriores en el **solucionario de tu cuaderno de actividades**, en las páginas 54 y 55.

Cierre

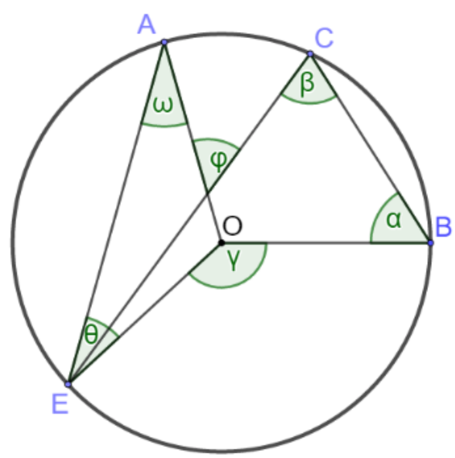
Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **Observa la siguiente imagen:**

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es correcta?

a) El ángulo ω y el ángulo β subtienden el mismo arco.
b) El ángulo α mide lo mismo que el ángulo β.
c) El ángulo γ mide el doble que el ángulo β.
d) El ángulo θ no es un ángulo inscrito.
e) El ángulo φ es un ángulo inscrito.



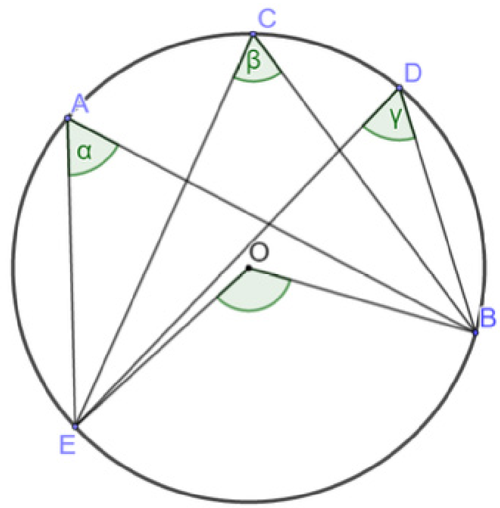
2 **Utilizando la imagen de la pregunta anterior, si el arco $\widehat{EB}$ mide 70°, ¿cuánto mide el ángulo β?**

a) 210°
b) 140°
c) 70°
d) 45°
e) 35°

3

¿Cuál es el valor del arco $\widehat{EB}$ de la imagen, si $\alpha + \beta + \gamma = 87°$?

a) 29°
b) 58°
c) 87°
d) 174°
e) 261°



Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: ___________________________________.

3º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Lección 5 Resolución de problemas con ángulos en la circunferencia

Ángulos del centro e inscrito en una circunferencia

Objetivo: Resolver problemas que involucren ángulos del centro e inscrito en una circunferencia.

¿Qué tipos de ángulos conoces? Nómbralos.

¿Cuáles son los elementos de una circunferencia?

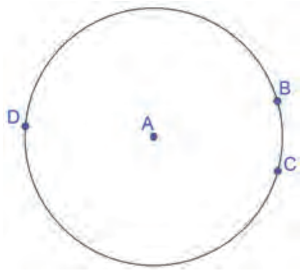
Deportes

1. En parejas, analicen la situación y realicen las actividades utilizando GeoGebra. Finalmente, respondan.

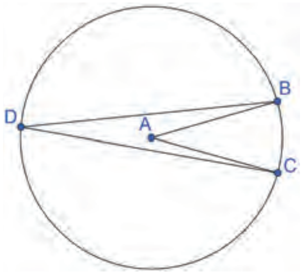
Durante el partido, dos jugadores del equipo A se acercan al arco del equipo B. Para estudiar el ángulo de lanzamiento que tienen los jugadores de A, se realiza el siguiente análisis geométrico, donde el centro de la circunferencia corresponde a la posición del jugador 2 del equipo A.

Para encontrar los ángulos de lanzamiento, sigan estos pasos:

Paso 1: Construyan una circunferencia con la opción Circunferencia (centro, punto). Luego, presionen 2 veces sobre la circunferencia para crear los puntos B y D.



Paso 2: Con la herramienta Segmento, unan el punto D con B y con C, y el punto A con el punto B y con C. Luego, con la herramienta Ángulo, midan $\sphericalangle CAB$ y $\sphericalangle CDB$. Finalmente, rotulen el punto A como "Jugador 2" y el punto D como "Jugador 1".



a. ¿Cuál es la relación entre el ángulo de lanzamiento del jugador 2 y del jugador 1 del equipo A?

b. Muevan el punto C, de manera que varíe el ángulo de lanzamiento del jugador 1. ¿Qué sucede con la medida del ángulo de lanzamiento del jugador 2? Expliquen.

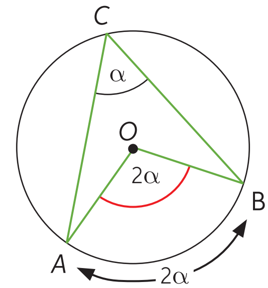
En una circunferencia de centro O, el **ángulo del centro** es aquel que tiene su vértice en el centro de la circunferencia y cuyos lados son radios de esta. La medida del arco $\overset{\frown}{AB}$ es igual a la medida del ángulo del centro AOB. Es decir:

$$m(\sphericalangle AOB) = m(\overset{\frown}{AB})$$

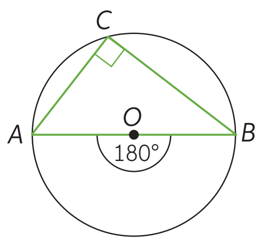
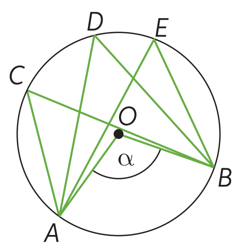
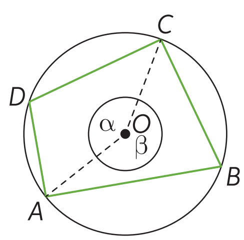
El **ángulo inscrito** es aquel que tiene su vértice en la circunferencia y cuyos lados son cuerdas de la misma.

Si un ángulo del centro y un ángulo inscrito en una circunferencia subtienden el mismo arco, el ángulo del centro mide el doble que el ángulo inscrito.

Además de lo anterior, en una circunferencia de centro O, se cumplen los siguientes teoremas:

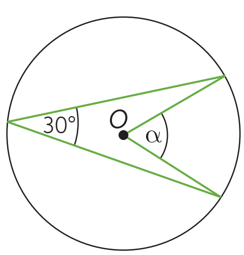


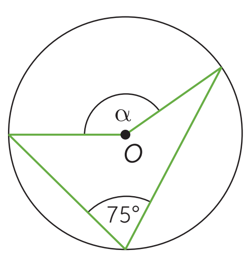
$m(\sphericalangle AOB) = 2m(\sphericalangle ACB)$

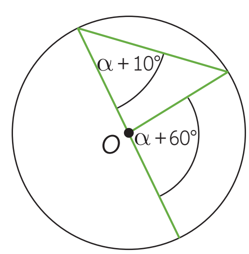
Todo ángulo inscrito en una semicircunferencia es recto.		$m(\sphericalangle ACB) = \frac{180°}{2} = 90°$
Ángulos inscritos que subtienden arcos iguales son congruentes entre sí.		$m(\sphericalangle ACB) = \frac{m(\sphericalangle AOB)}{2}$; $m(\sphericalangle ADB) = \frac{m(\sphericalangle AOB)}{2}$ $m(\sphericalangle AEB) = \frac{m(\sphericalangle AOB)}{2}$ Por lo tanto, $\sphericalangle ACB \cong \sphericalangle ADB \cong \sphericalangle AEB$
En todo cuadrilátero inscrito en una circunferencia, sus ángulos opuestos son suplementarios.		$\alpha + \beta = 360°$, pero $m(\sphericalangle CBA) = \frac{\alpha}{2}$ y $m(\sphericalangle ADC) = \frac{\beta}{2}$ Así, $m(\sphericalangle CBA) + m(\sphericalangle ADC) = 180°$ Del mismo modo se obtiene: $m(\sphericalangle BAD) + m(\sphericalangle DCB) = 180°$

¿Cuál es la medida máxima de un ángulo del centro? Explica tu respuesta.

2. Calcula la medida de α en cada caso.

a.


b.


c.


Lección 5 Resolución de problemas con ángulos en la circunferencia

Ángulos del centro e inscrito en una circunferencia

1. Construye una figura que cumpla con todos los elementos que se indican. Luego, calcula el valor de x.

a.
- Circunferencia de centro O.
- Diámetro $\overline{AB}$.
- Ángulo inscrito: $\sphericalangle OAC$; m($\sphericalangle OAC$)= 50°.
- Ángulo del centro: $\sphericalangle BOC$; m($\sphericalangle BOC$) = x

Construcción

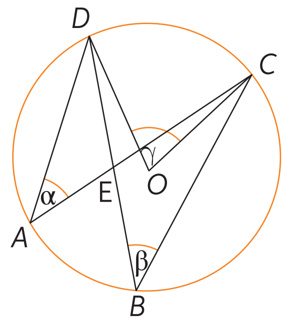
b.
- Circunferencia de centro O.
- Diámetro $\overline{AC}$, cuerda $\overline{AB}$, radio $\overline{BO}$.
- Ángulo del centro: $\sphericalangle BOC$
- m($\sphericalangle COB$) = 120°
- Ángulo inscrito: $\sphericalangle CAB$;
- m($\sphericalangle CAB$) = x

Construcción

c.
- Circunferencia de centro O.
- Puntos A, B y C sobre la circunferencia, separados más de 100° de arco entre sí.
- Segmentos $\overline{OA}$ y $\overline{OB}$.
- Cuerdas AC y BC.
- Ángulo del centro: $\sphericalangle AOB$
- m($\sphericalangle AOB$) = 150°
- Ángulo inscrito: $\sphericalangle ACB$; m($\sphericalangle ACB$) = x

Construcción

2. En la circunferencia de centro *O*, $\alpha + \beta = 58°$.



a. ¿Cuál es el valor de γ? Calcúlalo.

b. Explica el procedimiento que utilizaste para resolver el problema.

3. En parejas, realicen la siguiente actividad:

a. Utilicen Geogebra para demostrar geométricamente que la medida del ángulo del centro es el doble que la de un ángulo inscrito en el mismo arco.

b. Detallen el procedimiento que utilizaron en su demostración. Impriman la construcción final de su demostración y péguenla.

Procedimiento	Construcción

c. Reúnanse con otras parejas y comparen sus construcciones. ¿Qué diferencias hay?

d. ¿Qué otro procedimiento en GeoGebra podrían haber utilizado? Expliquen.