

**3°**  
medio

# Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo  
con el texto escolar

**Clase 35**

**Matemática**



## Inicio

En esta clase aplicaremos nuestros conocimientos para resolver **ejercicios y problemas asociados a la función logarítmica y su relación con la función exponencial.**

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

## Desarrollo



Para comenzar recuerda cómo graficar funciones logarítmicas, es decir, analizar la base, la estructura algebraica para ver sus desplazamientos, intersecciones con los ejes y algunos puntos para orientarse al graficar, revisa el ejemplo que se dio en la **clase 34**, para recordar.



Del **ítem 1** de la “Evaluación intermedia”, se presenta como ejemplo el **ejercicio c**, para que tú puedas continuar con los que faltan de ese ítem.

### Puntos de intersección.

$$h(0) = \log(0 + 3) - 2 = -1,5$$

Esto indica que la gráfica interseca al Eje y, en el punto (0; -1,5)

$$h(x) = \log(x + 3) - 2 = 0$$

$$\log(x + 3) - 2 = 0$$

$$\log(x + 3) = 2$$

$$10^2 = x + 3$$

$$100 - 3 = x$$

$$97 = x$$

La gráfica interseca al Eje x en el punto (97,0)

### Análisis de la base.

$$h(x) = \log(x + 3) - 2$$

La base es 10 que es mayor a 1, por lo cual la gráfica es creciente.

### Traslaciones de la gráfica.

Tiene traslaciones verticales y horizontales al:

$$h(x) = \log(x + 3) - 2$$

Se traslada 3 unidades a la derecha y 2 unidades hacia abajo.

### Puntos de referencia para graficar.

$$h(x) = \log(x + 3) - 2 = 1$$

$$\log(x + 3) - 2 = 1$$

$$\log(x + 3) = 3$$

$$10^3 = x + 3$$

$$1000 - 3 = x$$

$$997 = x$$

Es decir, la gráfica pasa por el punto (997,1)

$$h(x) = \log_2 x = -1$$

$$\log(x + 3) - 2 = -1$$

$$\log(x + 3) = 1$$

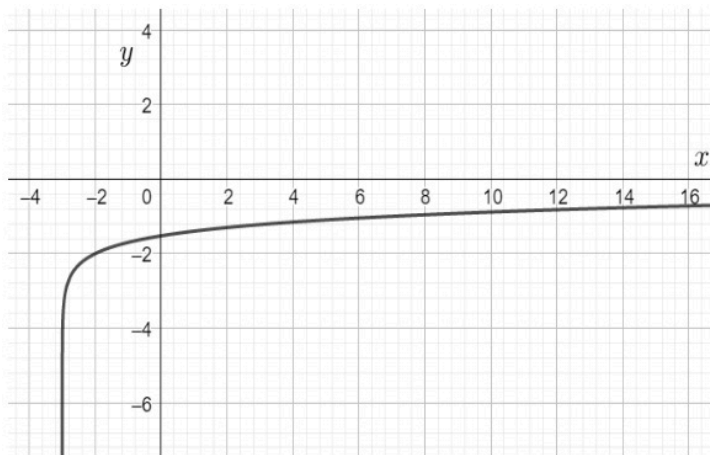
$$10^1 = x + 3$$

$$10 - 3 = x$$

$$7 = x$$

Es decir, la gráfica pasa por el punto (7,-1)

### Gráfica



Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu Texto del Estudiante**, página 227.



Revisa tus gráficas de las otras funciones del **ítem 1** en el solucionario de la **página 227** de tu **Texto del Estudiante**.



Recuerda que el dominio y recorrido de una función logaritmo se puede analizar desde la misma gráfica de la función, por lo tanto, el dominio y recorrido de la función  $h(x) = \log(x + 3) - 2$  de acuerdo a la gráfica encontrada, es:

$$\text{Dom } h: x \in \mathbb{R} : x > -3$$

$$\text{Rec } h: \mathbb{R}$$



Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu Texto del Estudiante**, página 227.



### Actividad 1

Encuentra el dominio y recorrido de las funciones que faltan del **ítem 2** de la **Evaluación intermedia** de la **página 51** del **texto del estudiante**.

Recuerda revisar tus respuestas en el **solucionario de tu Texto del Estudiante**, **página 227**.



Del **ítem 3** de la “**Evaluación intermedia**”, se presenta como ejemplo el **ejercicio b**, para que tú puedas continuar con los que faltan de ese ítem.

$$g(x) = 6^x$$

$$y = 6^x / \log_6 \square$$

$$\log_6 y = \log_6 6^x$$

$$\log_6 y = x$$

$$\log_6 x = y$$

$$g^{-1}(x) = \log_6 x$$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu Texto del Estudiante**, **página 227**.



Para resolver contextualizaciones de las funciones logarítmicas, recuerda identificar los datos, planear una estrategia o metodología de resolución, realizar lo planeado, comprobar o verificar la veracidad y factibilidad de la respuesta y luego responder.



### Actividad 2

Resuelve el **ejercicio 4** de la “**Evaluación intermedia**” de tu **Texto del Estudiante**, **página 51**.



Recuerda revisar tus respuestas en el **solucionario de tu Texto del Estudiante** en la **página 227**.



### Actividad 3

Resuelve los **ejercicios 1 y 2** de la “**Evaluación intermedia**” de tu **cuaderno de actividades**, **página 25**.



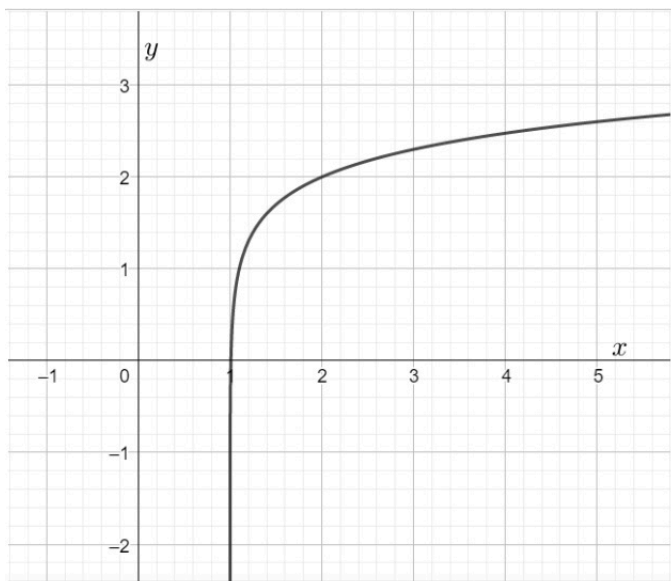
Recuerda revisar tus respuestas en el **solucionario de tu cuaderno de actividades** en la **página 54**.

**Evaluación**

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

**1**

Observa la siguiente gráfica.



- a)  $h(x) = \log(x - 1) + 2$
- b)  $h(x) = \log(x + 1) + 2$
- c)  $h(x) = \log(x + 1) - 2$
- d)  $h(x) = \log(x + 2) - 1$
- e)  $h(x) = \log(x - 2) + 1$

**2**

¿Cuál es el dominio de la función  $h$  de la pregunta anterior?

- a)  $Dom: x \in \mathbb{R}: x < -2$
- b)  $Dom: x \in \mathbb{R}: x > -1$
- c)  $Dom: x \in \mathbb{R}: x < 2$
- d)  $Dom: x \in \mathbb{R}: x > 2$
- e)  $Dom: x \in \mathbb{R}: x > 1$

**3**

El pH de una sustancia se calcula con la expresión  $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$  donde  $\text{H}^+$  es la concentración de iones de hidrógeno, medida en moles/litro. ¿Cuál es el pH aproximado, de una sustancia cuya concentración de iones de hidrógeno es de 0,00012 moles por litro?

- a) -3,92
- b) -2,9
- c) 1,92
- d) 2,9
- e) 3,92

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número \_\_\_\_\_ fue: \_\_\_\_\_.

3<sup>o</sup>  
medio

# Texto escolar

## Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje. Luego, responde las preguntas de la sección Reflexión.

- Construye en un mismo plano cartesiano la gráfica de las siguientes funciones:
  - $f(x) = \log(x - 4)$
  - $g(x) = 1 - \log(2x)$
  - $h(x) = \log(x + 3) - 2$
- Determina el dominio y el recorrido de las funciones anteriores.
- Calcula algebraicamente la función inversa de cada función.
  - $f(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$
  - $g(x) = 6^x$
  - $h(x) = \log_{\frac{3}{4}} x$

### Química

- El pH es una medida de la acidez o alcalinidad de una solución. Este se calcula con la siguiente expresión  $\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$ , donde  $[\text{H}^+]$  es la concentración de iones de hidrógeno, medida en moles/litro.

Si el pH es menor que 7, la sustancia es **ácida**; si es igual a 7, es **neutra**; si es mayor que 7, es **básica**.

- Determina el pH de una sustancia, cuya concentración de iones de hidrógeno es de 0,00000038 moles por litro. ¿Cómo se clasifica la sustancia?
- Calcula la concentración de iones de hidrógeno de las siguientes sustancias conociendo su pH aproximado.



Jugo de naranja pH = 4,5



Jabón de manos pH = 9,5

- En algunos lugares muy contaminados se produce el fenómeno de la "lluvia ácida". Calcula la concentración de iones de hidrógeno para una lluvia ácida con un pH de 2,8.
- ¿Qué ocurre con el pH de una solución cuya concentración de iones de hidrógeno se triplica? Utiliza el gráfico de la función para analizarlo. ¿Depende de su concentración original?

### Reflexión

- De las temáticas estudiadas en esta Lección, ¿cuáles fueron tus fortalezas?, ¿y tus debilidades?
- De acuerdo con el desempeño obtenido en esta evaluación, ¿en cuáles actividades tuviste más dificultades?, ¿qué podrías hacer al respecto? Plantea acciones que permitan superar dichas dificultades.





6. Dom  $f: \mathbb{R}^+$ , Rec  $f: \mathbb{R}$ , Dom  $g: \mathbb{R}^+$ , Rec  $g: \mathbb{R}$ . Dom  $h: x \in \mathbb{R}: x > -1$ , Rec  $h: \mathbb{R}$ .

7. a.  $(-9, 0)$  y  $(0, 1)$ .    b.  $(4, 0)$  y  $(0; 0,7)$     c.  $(\frac{9}{4}, 0)$

**Página 48**

**Para concluir**

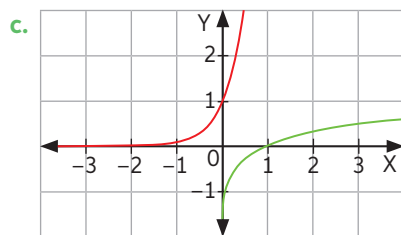
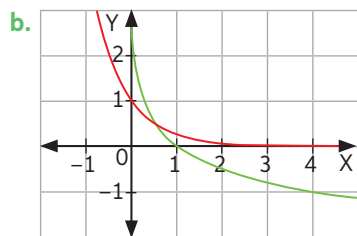
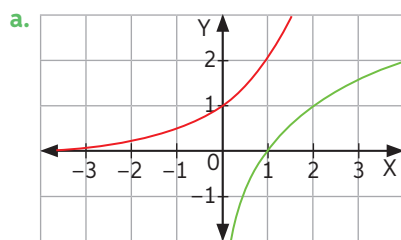
- Función de la forma  $f(x) = \log_a x$ , con  $a > 0$  y  $a \neq 1$ . Por ejemplo:  $f(x) = \log_3 x$ .
- La gráfica de una función de la forma  $f(x) = \log_a x$  depende del valor de  $a$ . Es creciente si  $a > 0$  y es decreciente si  $a < 0$ .
- Respuesta personal del estudiante.
- Respuesta personal del estudiante.

**Página 49** Relación entre las funciones exponencial y logarítmica

- La gráfica azul corresponde a  $f$  y la roja a  $g$ .
  - Que los valores de la columna izquierda de  $f(x)$  son iguales a los de la columna derecha de  $g(x)$ .
  - $(0, 1)$  y  $(1, 0)$ .
  - El dominio de  $f$  corresponde al recorrido de  $g$  y el dominio de  $g$  corresponde al recorrido de  $f$ .
- Sí. El eje de simetría es la recta  $y = x$ .

**Página 50**

2.



- $f^{-1}(x) = \log_4(x)$
  - $f^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x)$
  - $f^{-1}(x) = \ln(x)$

4.

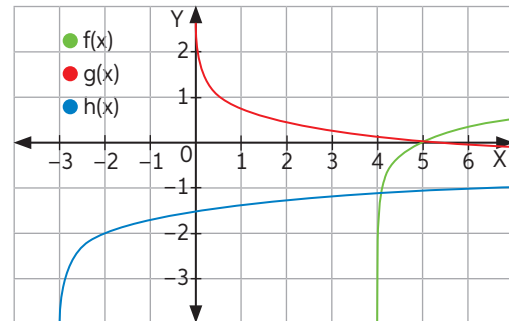
- Terremoto Valdivia:  $E = 1,58 \cdot 10^{26}$  ergios. Terremoto 2010:  $E = 1 \cdot 10^{25}$  ergios.
- Terremoto Algarrobo:  $M = 7,8$  grados Richter. Terremoto Vallenar:  $M = 6,9$  grados Richter.

**Para concluir**

- Fue 15,8 veces más intenso.
- Respuesta variable. Por ejemplo, la función exponencial es la inversa de la otra.
- Respuesta personal del estudiante.

**Página 51** Antes de continuar

1.



2. Dom  $f: x \in \mathbb{R}: x > 4$ , Rec  $f: \mathbb{R}$ . Dom  $g: \mathbb{R}^+$ , Rec  $g: \mathbb{R}$ . Dom  $h: x \in \mathbb{R}: x > -3$ , Rec  $h: \mathbb{R}$ .

3.

- $f^{-1}(x) = \frac{1}{5}^x$
- $g^{-1}(x) = \log_6 x$                       c.  $h^{-1}(x) = \frac{3}{4}^x$

4.

- El pH es 6,42 y se clasifica como una sustancia ácida.
- Jugo:  $0,0000316$  moles/litro. Jabón de manos:  $3,16 \cdot 10^{-10}$  moles/litro.
- $0,00158$  moles/litro
- Al triplicar la concentración de una solución, el pH disminuye y la cantidad no depende de su concentración original.

**Página 52** Síntesis

- Respuesta variable. Por ejemplo:  $f(x) = \log_a x$ , recorrido:  $\mathbb{R}$ , dominio:  $\mathbb{R}^+$ , decibeles, función creciente para  $a > 1$ , asíntota, función decreciente para  $0 < a < 1$ , intersección con eje X en  $(1, 0)$ , cálculo de pH.
- Respuesta personal del estudiante.

**Página 53** Repaso

1.

- $f$ : roja,  $g$ : azul,  $h$ : amarilla.
- $f$ : azul,  $g$ : amarilla,  $h$ : roja.

2.

- Dominio:  $\mathbb{R}$ , recorrido:  $y \in \mathbb{R}: y > -1$
- $(0, 1)$
- Sí,  $(-1, 0)$                                       d. Es creciente.

3.

- $C(x) = C_i \cdot (0,7)^x$ , donde  $C_i$  es la concentración inicial de medicamento y  $x$  es el tiempo transcurrido en horas.
- Tardará 2 horas y 45 minutos.

## Lección 4

2. Determina algebraicamente la función inversa de las siguientes funciones exponenciales.

a.  $f(x) = 4^x$

b.  $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

3. Se sabe que el pH de una solución se calcula mediante la fórmula

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+],$$

donde  $[\text{H}^+]$  es la concentración de iones de hidrógeno medida en moles/litro.

- a. Describe el procedimiento que usas para determinar los iones de hidrógeno de una sustancia si conoces su pH.

---

---

---

---

- b. Aplica el procedimiento anterior y calcula la concentración de iones de hidrógeno de la sustancia de la imagen.



Jugo de limón:  
pH aproximado de 1,7.

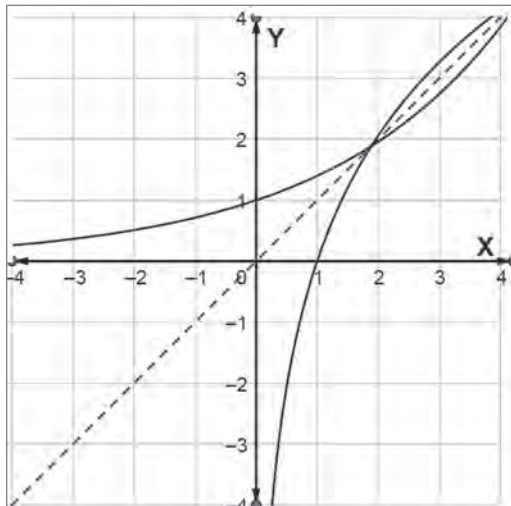
- c. ¿Qué propiedades de los logaritmos usaste en la actividad anterior?

---

---

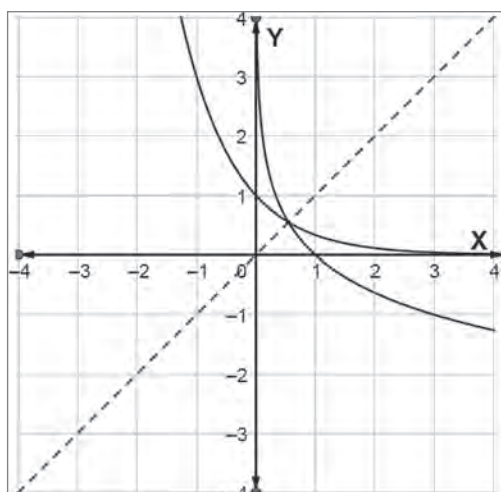
b.  $g^{-1}(x) = 1,4^x$

x	$g^{-1}(x)$
-2	0,51
-0,5	0,84
0	1
0,3	1,1
0,6	1,22
1	1,4
1,5	1,65
2	1,96



c.  $h^{-1}(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

x	$h^{-1}(x)$
-2	9
-1	3
-0,3	1,39
0	1
0,5	0,577
1	$\frac{1}{3}$
2	$\frac{1}{9}$



**Página 24**

2.

a.  $f^{-1}(x) = \log_4 x$

b.  $g^{-1}(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$

3.

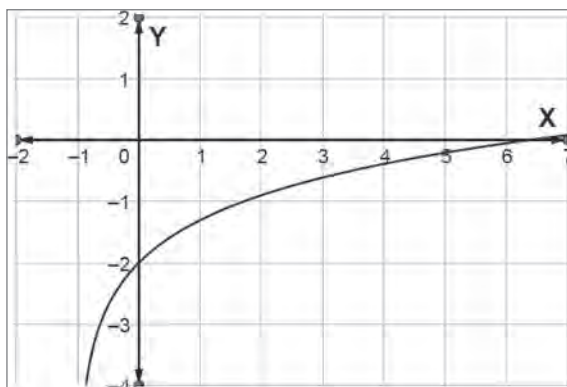
a. Primero, se puede multiplicar la expresión por  $-1$ , quedando  $-\text{pH} = \log[\text{H}^+]$  y luego se utiliza la definición de logaritmo, por lo que la cantidad de iones de hidrógeno se determina  $[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}}$ .

b.  $[\text{H}^+] \approx 0,0199$

a. La definición de logaritmo, donde  $\log_b a = x$  equivale a  $b^x = a$ .

**Página 25** Antes de continuar

1.



a. El dominio es  $x \in \mathbb{R}: x > -1$  y el recorrido es  $\mathbb{R}$ .

b. Es una función creciente, porque a medida que  $x$  aumenta,  $f(x)$  también aumenta.

2.

a. 34 479 años.

b. 2,09 años.

c. Para encontrar la respuesta a los problemas es posible calcular la función inversa y luego reemplazar los valores de acuerdo al problema y obtener la respuesta buscada.

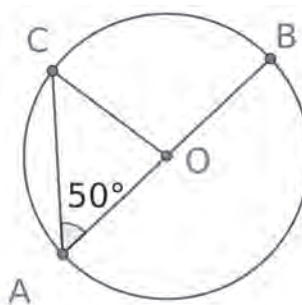
**UNIDAD 3**

**Lección 5:** Resolución de problemas con ángulos en la circunferencia

**Página 26** Ángulos interiores y exteriores en la circunferencia

1.

a. Figura variable, por ejemplo:



$m(\widehat{BC}) = m(\angle OAC) = x = 100^\circ$