4º medio

Aprendo
en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 32

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

El objetivo de esta clase es caracterizar las **funciones inyectivas.**

Para resolver esta guía necesitarás el texto del estudiante y tu cuaderno de Matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

Recuerda que:

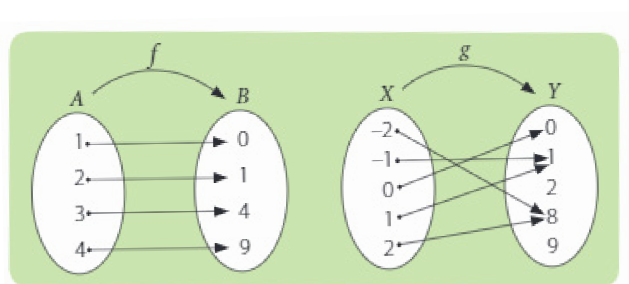
✓ Una función *f* es **inyectiva** o **uno a uno** si se cumple que:

Si $f(x_1)=f(x_2)$, entonces $x_1= x_2$. Es decir:

"Si dos elementos del dominio son diferentes, entonces sus dos imágenes también serán diferentes."

En otras palabras: "Ningún elemento del recorrido es imagen de dos preimágenes diferentes".

✓ Sean $f:A\rightarrow B$ y $g:X\rightarrow Y$, dos funciones cuya representación mediante diagramas sagitales es la siguiente:



f es inyectiva ya que si observamos cada elemento del codominio es imagen de una única preimagen.

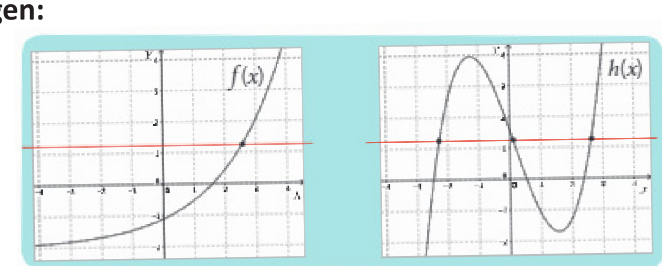
Pero, *g* no es inyectiva ya que si observamos el 1 del codominio es imagen de las preimágenes -1 y 1. O el 8 tiene como preimágenes el -2 y 2.

✓ **Test de la recta horizontal:**

Para verificar, en un gráfico, si una función es inyectiva o no, solo basta trazar una recta horizontal:

- Si la recta corta a la gráfica en un solo punto, la función es inyectiva.
- Si la recta corta a la gráfica en más de un punto, entonces la función no es inyectiva.

Observa la imagen:



Debes imaginar que la recta se traslada por todo el eje y. Basta con que sea una imagen la que tiene dos preimágenes, para no ser inyectiva.

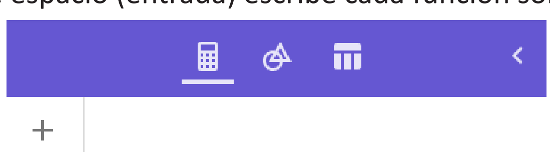
Actividad 1

Usando el software de Geogebra, utilizado la clase anterior, grafica tres funciones que no sean inyectivas. En cada caso, determina también la ecuación de una recta paralela al eje x cuya gráfica intersecte a la gráfica de la función en más de un punto y grafíquenla junto con la función.

✓ Para la actividad del día de hoy te recomendamos utilizar la página https://www.geogebra.org/. Luego realiza lo siguiente:

a. En la siguiente imagen haz clics en el recuadro morado que dice: “Comienza a graficar”.

b. En el siguiente espacio (entrada) escribe cada función solicitada:



c. Para graficar funciones en las que intervengan multiplicaciones o divisiones utiliza la simbología * y / respectivamente, donde corresponda. Por ejemplo:

$f(x)= \dfrac{3x + 3}{5 - x}$, debes escribir: *(3*x + 3)/(5 - x).*

Actividad 2

Grafica en Geogebra las siguientes funciones definidas en los números reales y, luego determina si son inyectivas:

a) $f(x) = 4x - 9$
b) $f(x) = 3x^6 - 12$
c) $f(x) = 5 - x^3$
d) $f(x) = 4x - 20$
e) $^{-}e =)x(f^{2x}$
f) $f(x)=\ln(x - 10)$

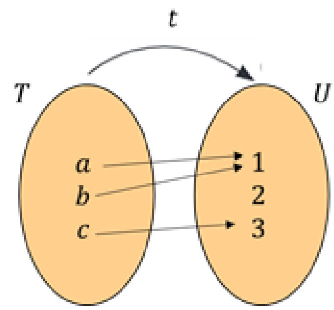
✓ Si necesitas ayuda para escribir las potencias, u otra función, haz clic en el teclado que aparece en la esquina inferior izquierda:

✓ Luego aparecerá el siguiente teclado en tu pantalla:

Completa con la base y exponente de la potencia, según corresponda.

Evaluación de la clase
Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **¿El siguiente diagrama Sagital corresponde a una función inyectiva? ¿Por qué?**



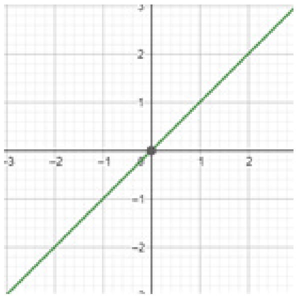
a) Si, ya que el dominio y el codominio tienen la misma cantidad de elementos.
b) Si, ya que cada imagen tiene una única preimagen.
c) No, ya que no todos los elementos del codominio tienen una preimagen.
d) No, ya que el número 1 del codominio tiene dos preimágenes.
e) No, ya que la cantidad de elementos ambos conjuntos es la misma.

2 **¿Cuál de las siguientes funciones, definidas en los reales, NO es inyectiva?**

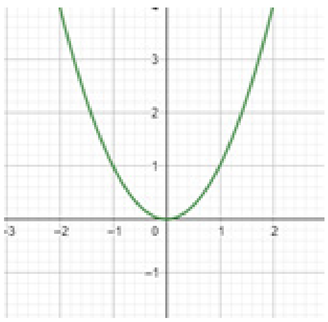
a) $f(x) = 2$
b) $f(x) = 2x + 1$
c) $f(x) = 2x - 1$
d) $f(x) = \frac{1}{x}$
e) $f(x) = e^x$

3 **¿Cuál de los siguientes gráficos NO corresponde a una función inyectiva?**

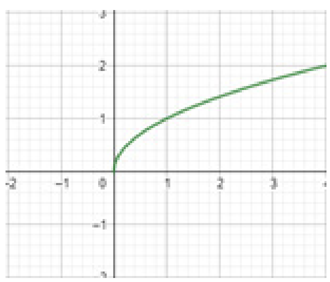
a)



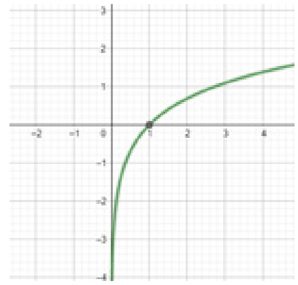
b)



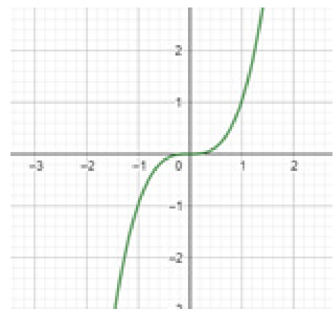
c)



d)



e)



Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ________________________________.

4º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva

Aprenderé a: identificar funciones inyectivas, sobreyectivas y biyectivas.

En una biblioteca, todas las revistas están catalogadas por título, además de otros identificadores; igualmente existen títulos con más de una copia.

Considera la función f que tiene como dominio el conjunto de todas las revistas de la biblioteca y como codominio el conjunto de títulos de las revistas catalogadas en la biblioteca.

- ¿Por qué f es una función? Argumenta.
- En esta función, ¿cuál es el recorrido?, ¿es igual que el codominio?, ¿por qué?
- ¿Cuántas preimágenes pueden tener los elementos del recorrido? Justifica tu respuesta.

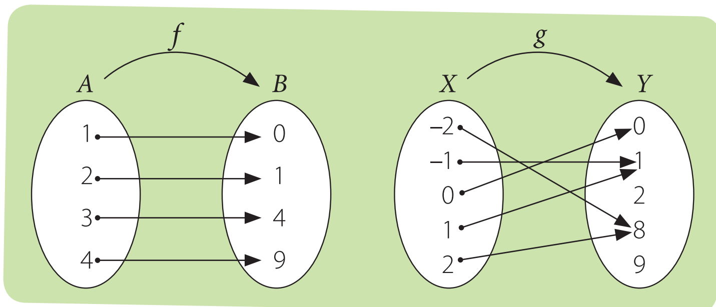
Archivo editorial

Las funciones pueden tener diversas propiedades, las cuales facilitan su análisis y solución en muchos problemas de aplicación.

Una **función f** es **inyectiva** o **uno a uno** si se cumple que cuando $f(x_1) = f(x_2)$, entonces, $x_1 = x_2$. Es decir, si para todo par de elementos diferentes del dominio, sus imágenes son diferentes. Dicho de otra manera, ningún elemento del recorrido es imagen de dos preimágenes diferentes. Por ejemplo, sean las funciones $f: A \longrightarrow B$ y $g: X \longrightarrow Y$, dos funciones cuya representación mediante diagramas sagitales es la siguiente:

¿Lo entiendes?

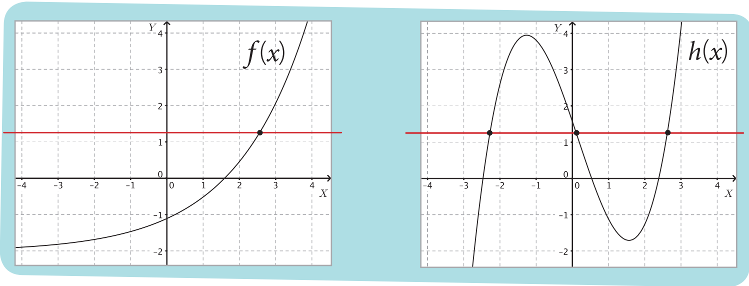
La función del contexto inicial, ¿es inyectiva? Argumenta.



Tenemos que la función $f: A \longrightarrow B$ es inyectiva porque las imágenes de cada uno de los elementos del dominio son diferentes, en cambio la función $g: X \longrightarrow Y$ no es inyectiva porque $g(-1) = 1$ y $g(1) = 1$, es decir, –1 y 1 tienen la misma imagen.

Para determinar si la función es inyectiva, resulta útil construir su representación gráfica y luego realizar el **test de la recta horizontal**, que consiste en trazar rectas horizontales que intersequen a la gráfica. Si la recta corta a la gráfica en un solo punto, la función es inyectiva. En cambio, si la recta interseca a la gráfica en más de un punto, la función no es inyectiva.

Por ejemplo, observa las gráficas de las funciones f y h.

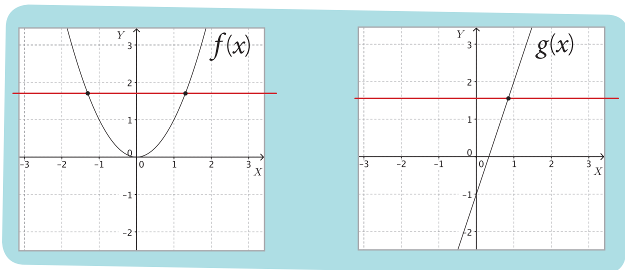


La función f es inyectiva, ya que toda línea horizontal corta la gráfica en un único punto. En tanto, que la función h no es inyectiva, puesto que la recta horizontal dibujada corta a la gráfica de h en tres puntos.

¿Cómo hacerlo?

Sean las funciones $f: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ con $f(x) = x^2$ y $g: \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, con $g(x) = 3x - 1$. Determina si f y g son inyectivas.

Al graficar las funciones f y g, nos queda:



En el caso de f, la recta horizontal interseca a la curva en dos puntos, por lo tanto, la función no es inyectiva. Por otro lado, en el caso de g, cualquier recta horizontal interseca a la gráfica de la función en un solo punto. Luego g es inyectiva.

Otra manera de resolver el problema es de manera algebraica ya que sabemos que en una función inyectiva se cumple que **si $f(x_1) = f(x_2)$, entonces, $x_1 = x_2$.**

Ya que si dos imágenes son iguales, entonces la preimagen debe ser el mismo número.

Aplicamos lo anterior a f y g:

$$f(x_1) = f(x_2)$$
$$x_1^2 = x_2^2$$
$$x_1^2 - x_2^2 = 0$$
$$(x_1 + x_2)(x_1 - x_2) = 0$$

De donde:

$$(x_1 + x_2) = 0 \text{ o } (x_1 - x_2) = 0$$
$$x_1 = -x_2 \text{ o } x_1 = x_2$$

$$g(x_1) = g(x_2)$$
$$3x_1 - 1 = 3x_2 - 1$$
$$3x_1 = 3x_2$$
$$x_1 = x_2$$

¿Lo entiendes?

Explica los pasos realizados en cada demostración.

En el caso de g obtuvimos que si dos imágenes son iguales entonces las preimágenes deben ser iguales. En cambio, en el caso de f, podemos ver que si dos imágenes son iguales entonces también puede cumplirse que un elemento del dominio sea el opuesto de otro, por ejemplo, $x_1 = 2$ y $x_2 = -2$. Luego, la función f no es inyectiva.