4º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 31

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

En esta clase analizaremos el comportamiento gráfico de las **relaciones trigonométricas seno y coseno.**

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

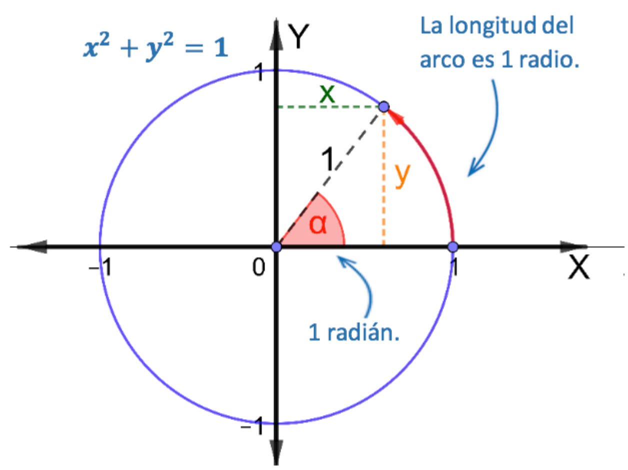
Desarrollo

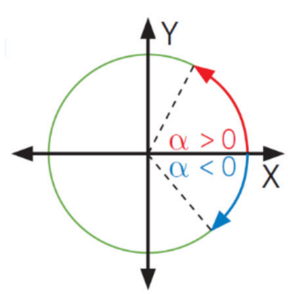
Recordemos que:

Una **circunferencia unitaria** es la curva ubicada en el plano cartesiano con centro en el origen y de radio 1, cuya ecuación es $x^2 + y^2 = 1$.

Un **radián** es el ángulo central de la circunferencia necesario para que la longitud del arco subtendido por ella que parte en el punto (1,0) sea igual a su radio. Su equivalencia en grados es la siguiente:

$$1\ rad = \frac{180°}{\pi} \approx 57{,}2957°$$





Los radianes se usan como unidad para medir ángulos y su valor es positivo si su sentido es antihorario y negativo si su sentido es horario.

Actividad 1.

Para transformar ángulos en grados sexagesimales a radianes podemos realizar el siguiente procedimiento.

Ejemplo: 135° a radianes

Sabemos que π (*rad*) = 180°

entonces x (*rad*) = 135°

Aplicando proporción directa, se obtiene $x = \dfrac{135\pi}{180} = \dfrac{3}{4}\pi$, lo que implica que:

$135° = \dfrac{3}{4}\pi$ radianes.

Transforma los siguientes ángulos en grados sexagesimales a radianes

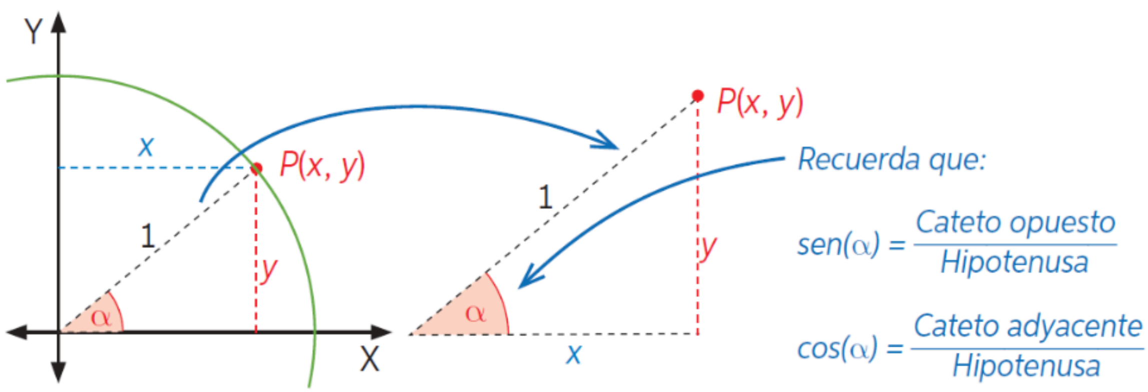
a) 20°

c) -45°

b) 260°

d) 520°

Definiremos en la circunferencia unitaria las coordenadas del punto P(x, y) en términos del ángulo α utilizando las razones:



Utilizando las razones trigonométricas, podemos decir que: **cos α = x** y que **sen α = y.**
También, se puede expresar las coordenadas del punto P (x, y) en términos de α como:

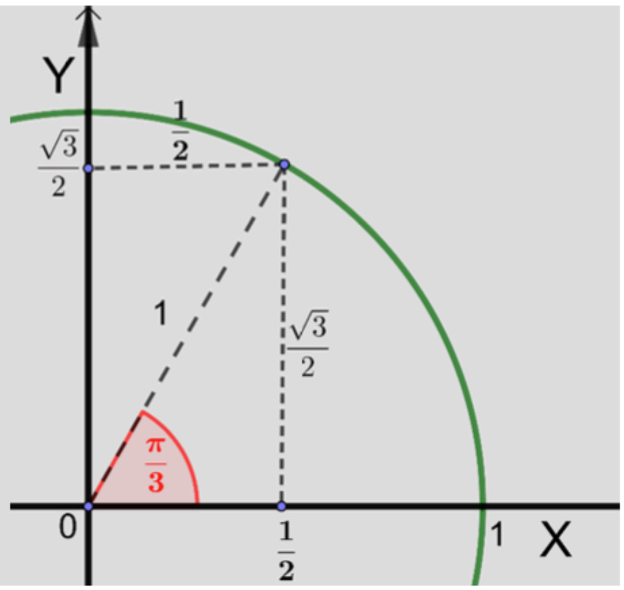
P (cos (α), sen(α)).

Observa la siguiente tabla de valores:

α	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$sen(\alpha)$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$cos(\alpha)$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0

Por ejemplo, para el ángulo $\frac{\pi}{3}$ se tiene $\text{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$.

Esto quiere decir que el punto P (x, y) tiene su coordenada x en $\frac{1}{2}$ y su coordenada y en $\frac{\sqrt{3}}{2}$



Actividad 2.

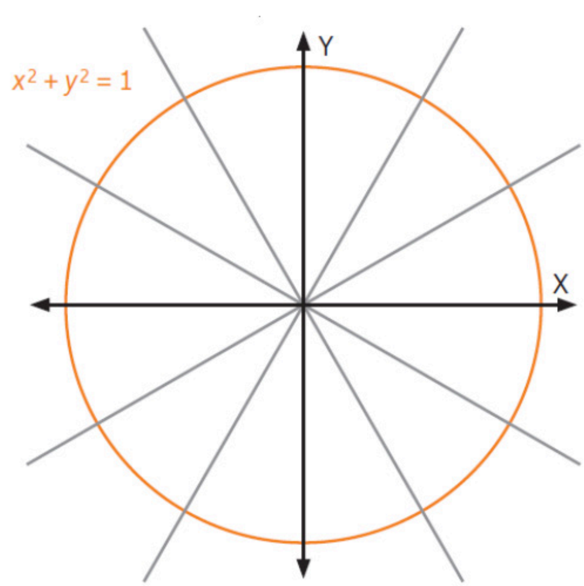
Determina las coordenadas del punto en la circunferencia unitaria asociada a cada ángulo. Márcalo sobre la circunferencia.

a) $\frac{5\pi}{6}$

b) $\frac{2\pi}{3}$

c) $\frac{7\pi}{2}$

d) $-\frac{7\pi}{2}$



Cierre

Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 **Al transformar 160° a radianes, resulta:**

a) $\frac{10\pi}{9}$

b) $\frac{8\pi}{9}$

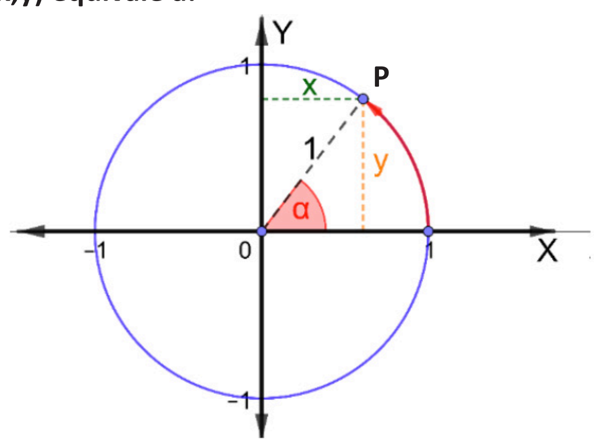
c) $\frac{5\pi}{7}$

d) $\frac{4\pi}{9}$

e) $\frac{2\pi}{9}$

2 **En la circunferencia unitaria de la figura, P(x,y) equivale a:**

a) P (0, 1)
b) P (1, 0)
c) P (cos (0°), sen (1°))
d) P (cos (α), sen (α))
e) P (sen (α), cos (α))



3 **En la circunferencia unitaria de la figura, se ubica el punto S. ¿Cuáles son sus coordenadas?**

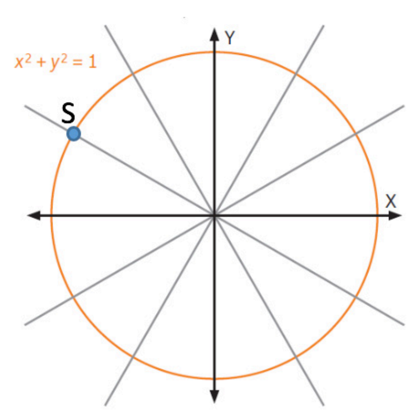
a) $S\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$

b) $S\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

c) $S\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

d) $S\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

e) $S\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$



Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: ___________________________________.

4°
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad
2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Lección 4

Construcción de modelos con las funciones seno y coseno

La circunferencia unitaria

Objetivo: Analizar el comportamiento gráfico de las relaciones trigonométricas seno y coseno.

¿Qué significado geométrico crees que tienen las expresiones sen(91°) y cos(−40)?

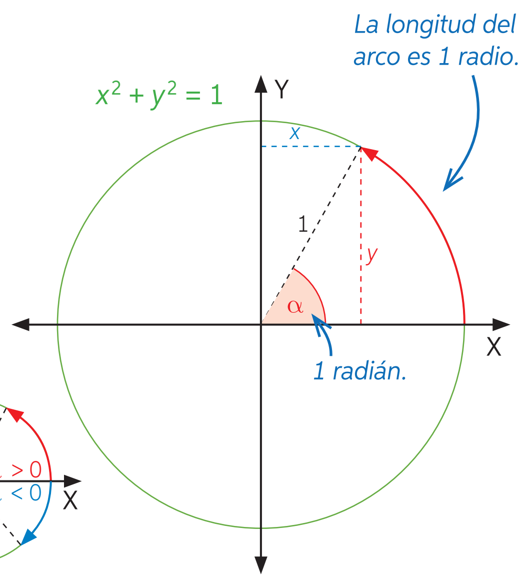
¿Cuántos grados sexagesimales hay entre 0° y 60°?

Una **circunferencia unitaria** es la curva ubicada en el plano cartesiano con centro en el origen y de radio 1, cuya ecuación es $x^2 + y^2 = 1$.

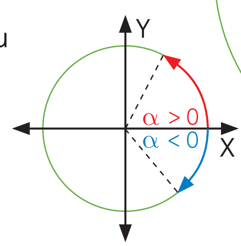
Un **radián** es el ángulo central de la circunferencia necesario para que la longitud del arco subtendido por ella que parte en el punto (1,0) sea igual a su radio. Su equivalencia en grados es la siguiente:

$$1 \text{ rad} = \frac{180°}{\pi} \approx 57{,}2957°$$

Utilizaremos "1 rad" o "1".

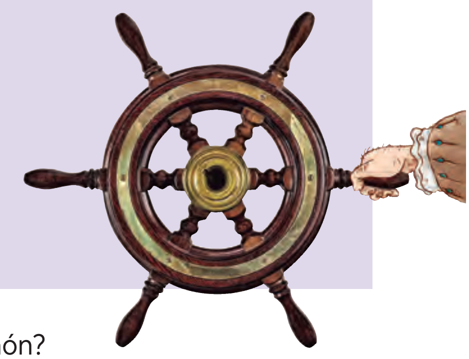


Los radianes se usan como unidad para medir ángulos y su valor es **positivo** si su sentido es antihorario y **negativo** si su sentido es horario.



1. Lee la siguiente información. Luego, realiza las actividades.

Jack es un pirata y ha encontrado el mapa del tesoro de Sir Francis Drake. Sin embargo, tiene un problema, después de escapar de Caicai-Vilu, el timón de su barco ha sufrido un desperfecto y solo puede girarlo entre 0 y 90° desde donde se encuentra su mano.



a. ¿Entre cuántos radianes puede moverse el timón?

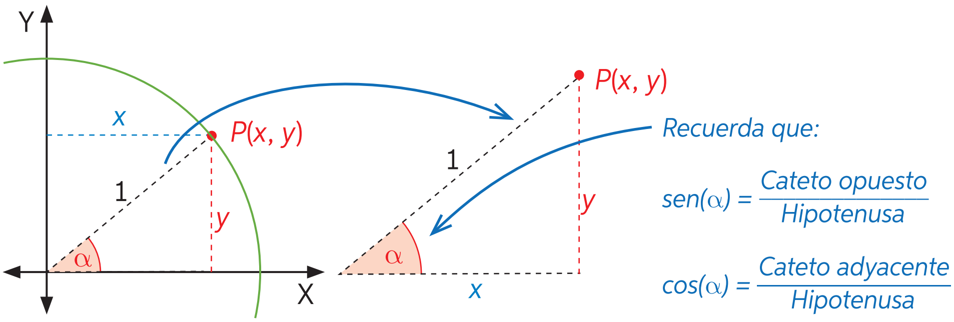
b. Para moverse 180° o 270°, ¿cuántas veces debe girar el timón en 90°? ¿A cuántos radianes corresponden dichos ángulos?

c. Su contraalmirante le sugiere girar en 2π radianes el timón. ¿Cuál es la posición final del timón? ¿A cuántos grados sexagesimales es equivalente?

- ¿Qué fórmula o procedimiento utilizas para transformar de grados a radianes?, ¿es similar al paso de radianes a grados? Comparte tu respuesta con el curso.

- ¿A cuántas vueltas de timón equivale 12π?

Definiremos en la circunferencia unitaria las coordenadas del punto $P(x, y)$ en términos del ángulo α utilizando las razones:

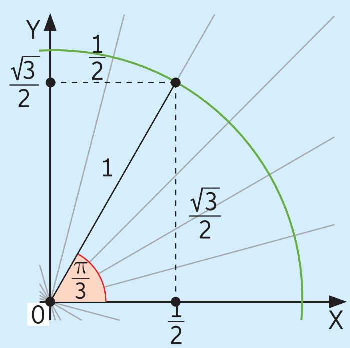


Tenemos que: $\cos\alpha = x$ y $\operatorname{sen}\alpha = y$. Ahora, podemos reescribir las coordenadas del punto en términos de α: $P(\cos(\alpha), \operatorname{sen}(\alpha))$.

2. Observa la siguiente tabla de valores:

α	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
sen(α)	–1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos(α)	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0

Por ejemplo, para el ángulo $\frac{\pi}{3}$ se tiene $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ y $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$. Esto quiere decir que el punto $P(x, y)$ tiene su coordenada x en $\frac{1}{2}$ y su coordenada y en $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



a. Determina los valores de x para los ángulos $-\frac{\pi}{4}$, $-\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{6}$ y $\frac{\pi}{4}$.

b. ¿Qué regularidad cumplen $\cos(\alpha)$ y $\cos(-\alpha)$?

c. Determina los valores de y para los ángulos $-\frac{\pi}{4}$, $-\frac{\pi}{6}$, $\frac{\pi}{6}$ y $\frac{\pi}{4}$.

d. ¿Qué regularidad cumplen $\operatorname{sen}(\alpha)$ y $\operatorname{sen}(-\alpha)$?

3. Ingresa a www.enlacesmineduc.cl con el código **T20M4MP150A**. Mueve el punto P para realizar las actividades.

a. Presiona el botón de animación y observa. ¿Entre qué valores oscilan seno y coseno en la gráfica de la segunda vista?

b. Discute con tus compañeros: ¿es necesario conocer más allá de los valores de 0 y 2π? Justifica tu respuesta.

c. ¿Cada cuántos radianes se repetirá el comportamiento de las relaciones de seno y coseno?

4. Lee la siguiente información. Luego, realiza las actividades.

Luego de reparar su nave en el puerto, Jack se dirige en búsqueda del tesoro. Sin embargo, el mapa está escrito en acertijos con radianes y razones trigonométricas que indican la posición del timón.

El mapa toma de referencia el norte como el punto (1, 0) de la circunferencia unitaria.

a. Jack asume que la primera pista indica cuánto debe girar el timón desde el puerto hasta la llave: ¿a cuántos grados sexagesimales equivale la pista? ¿cuál es la posición final del timón?, ¿es posible girar el timón de forma positiva para llegar a la misma posición?

b. La segunda pista indica la dirección de la llave hasta la torre. Ubica el punto en la circunferencia unitaria: ¿a qué ángulo equivale?

c. La tercera pista indica el ángulo entre la torre y el tesoro. Jack asume que indica las coordenadas en *y*. ¿Qué ángulos positivos en radianes pueden estar asociados a esa pista? Dibuja las posibles posiciones del punto en la circunferencia unitaria asociada a la pista. Compara tu respuesta con un compañero.

d. Finalmente, Jack decide seguir el rumbo hacia el tesoro que más se parezca al del mapa. ¿Cuál es el valor de dicho ángulo?

26 y 27

Para concluir

a. ¿Cómo relacionas la expresión algebraica $sen^2(\alpha) + cos^2(\alpha) = 1$ con la circunferencia unitaria?

b. ¿Cómo explicarías la afirmación “todos los ángulos negativos se pueden transformar a positivos y viceversa”?

c. ¿Qué diferencia los grados sexagesimales de los radianes? Comenta tu respuesta con tu profesor.