

3°
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 28

Matemática



Inicio

En esta clase veremos la **gráfica de la función exponencial** a través del análisis de modelamiento y situaciones problemáticas de esta función.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Recuerda que:

Una función exponencial es de la forma $f(x) = ab^x$, donde $a, b \in \mathbb{R}$, $b > 0$ y $b \neq 1$. Es decir:

$$f(x) = ab^x$$

Puede ser positivo o negativo

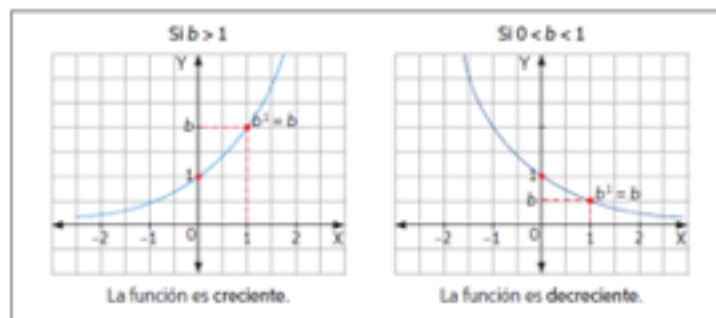
Es un número positivo distinto de 1.



Revisa el cuadro explicativo del texto de estudio en la [página 37](#).

En una función exponencial de la forma $f(x) = ab^x$, donde $a, b \in \mathbb{R}$, con $b > 0$ y $b \neq 1$, podemos observar lo siguiente:

- Su dominio es el conjunto de todos los números reales (\mathbb{R}).
- Su recorrido es el conjunto de todos los números reales positivos (\mathbb{R}^+).
- La gráfica interseca el eje Y en el punto $(0, a)$ y no interseca el eje X, que actúa como asíntota de la gráfica.
- La gráfica de una función exponencial de la forma $f(x) = b^x$ depende del valor de b . Así:



Si $|a| < 1$, la gráfica de $y = ab^x$ es una dilatación de $y = b^x$, mientras que $|a| > 1$ es una contracción.

Además, mientras mayor es el valor de b , la función tiene un mayor crecimiento.



Actividad 1

A. ¿Por qué, en la situación de las bacterias (actividad 1 clase 27), el dominio de la función no son todos los números reales? Explica.

B. Considera una función exponencial de base mayor que 1. ¿Cómo es su comportamiento para valores negativos de x ?

C. Resuelve la actividad 6 a y b de la [página 38](#) del texto del estudiante.



Desplazamientos de la gráfica.

Observa los siguientes gráficos:

Gráfico 1

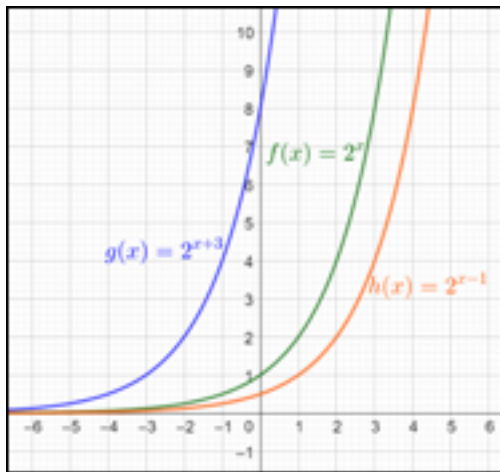
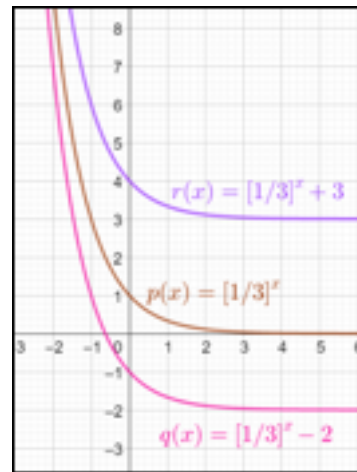


Gráfico 2



Actividad 2

A. ¿Qué ocurre con la gráfica de las funciones del primer y segundo gráfico?



Lee atentamente el cuadro explicativo que aparece en la **página 38** del texto del estudiante.

La gráfica de $y = ab^{x-c}$ es una traslación horizontal de c unidades respecto de $y = ab^x$, hacia la derecha si $c > 0$ y hacia la izquierda si $c < 0$.

La gráfica de $y = ab^x + h$ es una traslación vertical de h unidades respecto de $y = ab^x$, hacia arriba si $h > 0$ y hacia abajo si $h < 0$.



Actividad 2

- I. Realiza la actividad 2 y 3 de la **página 14** del *cuaderno de actividades* (tomo 1).
- II. Realiza la actividad 4 y 5 de la **página 15** del *cuaderno de actividades* (tomo 1).
- III. Realiza la actividad 6 c y 7 de la **página 16** del *cuaderno de actividades* (tomo 1).

Cierre

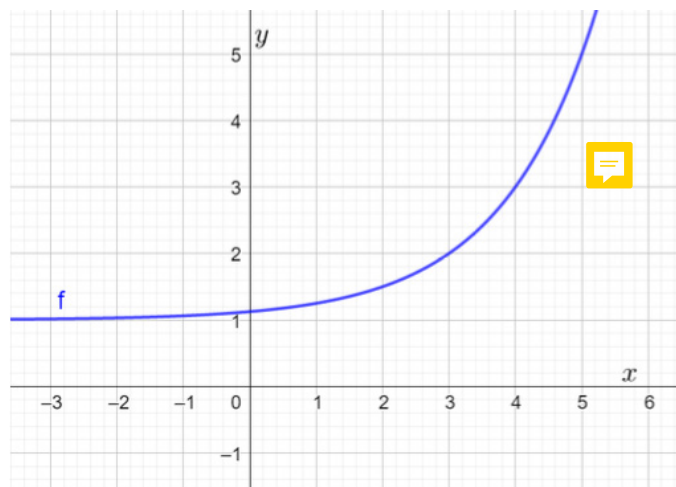


Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál de las siguientes funciones corresponde a la gráfica de la imagen?



- a) $f(x) = 2^x$
- b) $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$
- c) $f(x) = 2^{x-3} - 1$
- d) $f(x) = 2^{x+3} + 1$
- e) $f(x) = 2^{x-3} + 1$

2

Dada la función exponencial $f(x) = \left(\frac{4}{5}\right)^x$, ¿qué características tiene su gráfica?

- a) Es una curva creciente.
- b) Es una curva decreciente.
- c) Es una curva decreciente que pasa por el punto (4,5).
- d) Es una curva decreciente desplazada 4 unidades a la derecha y 5 unidades hacia abajo.
- e) Es una curva creciente desplazada 4 unidades a la derecha y 5 unidades hacia abajo.

3

La ganancia G , en millones de pesos, que produce un negocio de 5 hermanos después de t años está dada por la función exponencial

$$G(t) = 50 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^t + 12$$

Después de cinco años, los hermanos deciden dividirse en partes iguales su ganancia, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

- a) 2,656 millones
- b) 3,128 millones
- c) 3,32 millones
- d) 12,512 millones
- e) 13,28 millones



Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

| | |
|-------------------------|-----------------------|
| 3 respuestas correctas: | Logrado. |
| 2 respuestas correctas: | Medianamente logrado. |
| 1 respuesta correcta: | Por lograr. |

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

| |
|---|
| Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____. |
|---|

3^o
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

5. Representa en un mismo plano cartesiano las siguientes funciones.

| | | | |
|--------------|--------------|-------------------------------------|---------------------|
| $f(x) = 3^x$ | $g(x) = 5^x$ | $p(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ | $q(x) = (2,5)^{-x}$ |
|--------------|--------------|-------------------------------------|---------------------|

A partir de las gráficas, responde:

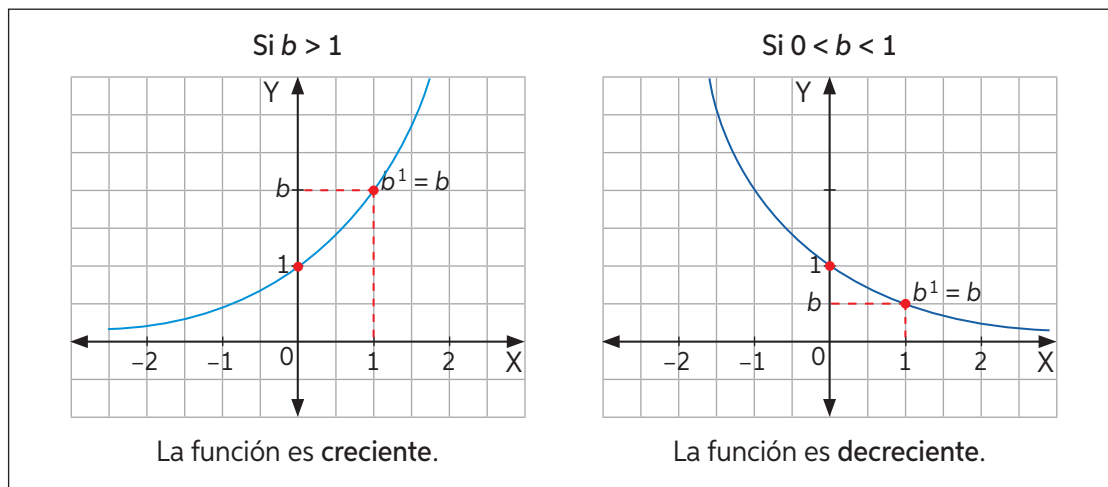
- ¿Cuáles son el dominio y el recorrido de las funciones?
- ¿Qué punto en común tienen las gráficas?
- ¿Intersecan las gráficas el eje X?
- ¿Qué sucede con la gráfica respecto del eje X? Explica.
- ¿Qué ocurre con la gráfica de f y g a medida que x aumenta?, ¿y con la gráfica de p y q ?

Para graficar una función exponencial puedes:

- Dar valores para x y determinar su correspondiente en $f(x)$.
- Ubicar los puntos en el plano cartesiano.
- Trazar la gráfica uniendo los puntos.

En una función exponencial de la forma $f(x) = ab^x$, donde $a, b \in \mathbb{R}$, con $b > 0$ y $b \neq 1$, podemos observar lo siguiente:

- Su dominio es el conjunto de todos los números reales (\mathbb{R}).
- Su recorrido es el conjunto de todos los números reales positivos (\mathbb{R}^+).
- La gráfica interseca el eje Y en el punto $(0, a)$ y no interseca el eje X, que actúa como asíntota de la gráfica.
- La gráfica de una función exponencial de la forma $f(x) = b^x$ depende del valor de b . Así:



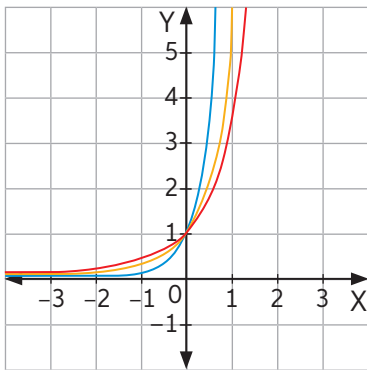
Si $|a| < 1$, la gráfica de $y = ab^x$ es una dilatación de $y = b^x$, mientras que $|a| > 1$ es una contracción.

Además, mientras mayor es el valor de b , la función tiene un mayor crecimiento.

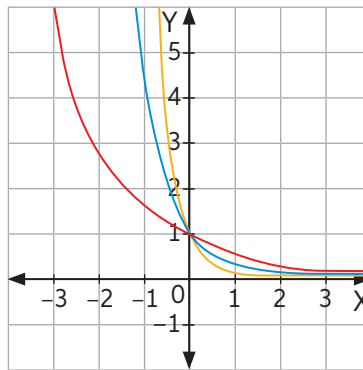
- ¿Por qué, en la situación de las bacterias (actividad 1), el dominio de la función no son todos los números reales? Explica.
- Considera una función exponencial de base mayor que 1. ¿Cómo es su comportamiento para valores negativos de x ?
- ¿Cómo crees que sería la gráfica de $f(x) = 2^x + 3$?

6. Identifica en cada caso a qué curva corresponden las funciones dadas.

a. $f(x) = 3^x$, $g(x) = 4^x$, $h(x) = 10^x$



b. $f(x) = 0,3^x$, $g(x) = 0,6^x$, $h(x) = 0,1^x$



7. Representa en el software GeoGebra las funciones de los casos 1 y 2. Luego, responde.

Caso 1

| | | |
|--------------|------------------|------------------|
| $f(x) = 2^x$ | $g(x) = 2^{x+3}$ | $h(x) = 2^{x-1}$ |
|--------------|------------------|------------------|

Caso 2

| | | |
|-------------------------------------|---|---|
| $p(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ | $q(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x - 2$ | $r(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 3$ |
|-------------------------------------|---|---|

- ¿Qué ocurre con la gráfica de las funciones en el caso 1?, ¿y en el 2?
- Escribe las conclusiones que puedes obtener con respecto a la traslación de las funciones.
- ¿Cuáles son el dominio y el recorrido de las funciones?

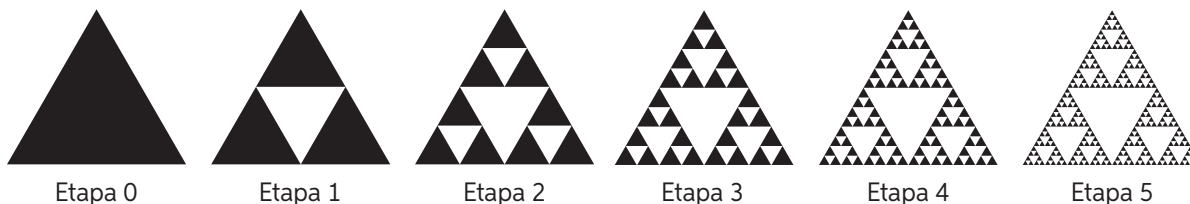
La gráfica de $y = ab^{x-c}$ es una **traslación horizontal** de c unidades respecto de $y = ab^x$, hacia la **derecha** si $c > 0$ y hacia la **izquierda** si $c < 0$.

La gráfica de $y = ab^x + h$ es una **traslación vertical** de h unidades respecto de $y = ab^x$, hacia **arriba** si $h > 0$ y hacia **abajo** si $h < 0$.

➤ ¿Cómo graficarías la función $f(x) = 2^{x+1} - 2$?, ¿qué estrategia usarías? Explica.

Geometría

8. El **triángulo de Sierpinski** es una figura que se construye a partir de un triángulo equilátero (etapa 0), sobre el cual se trazan las medianas y se retira el triángulo central (etapa 1). Para las siguientes etapas, esto se repite en cada uno de los triángulos restantes. En rigor, el triángulo de Sierpinski es la figura obtenida después de infinitas etapas.



- ¿Cuántos triángulos negros hay en cada etapa? Escríbelo como potencia.
- ¿Qué función permite modelar la cantidad de triángulos negros $C(n)$ que habrá en la etapa n ?

Biología

9. En epidemiología se utilizan diversos modelos matemáticos para representar el número de personas contagiadas por una enfermedad. Por ejemplo, el número de personas contagiadas por un virus está dado por la función

$$f(t) = \frac{10\,000 \cdot (2,72)^t}{(2,72)^t + 9000}, \text{ donde } t \text{ es la cantidad de días.}$$

- ¿Cuántos contagiados se espera que habrá luego de 1, 4 y 10 días?
- Grafica la función en GeoGebra. ¿Qué ocurre al cabo de mucho tiempo? Comenta tu respuesta con tu curso.
- ¿Es una función creciente o decreciente?

Usa una calculadora para realizar los cálculos.

Actividad de aplicación

Crecimiento en el uso de las redes sociales

¿Qué haremos? Describir el crecimiento en el uso de las diferentes redes sociales en Chile o a nivel mundial.

Planifiquemos

Paso 1: Organícense en grupos de 3 o 4 estudiantes. Cada grupo deberá escoger una red social.

Paso 2: Investiguen en Internet acerca de la red social que escogieron y estudien cómo ha sido el crecimiento de su uso. Para ello, busquen y registren la cantidad de usuarios durante los últimos años.

Para tener más datos, pueden investigar sobre la cantidad de usuarios por mes. Así se podrá obtener un mejor análisis de la información.

En las noticias escuché que el uso de redes sociales ha tenido un crecimiento muy acelerado.

¿Corresponderá a un crecimiento exponencial?



Analícemos y presentemos

Paso 3: Representen en un gráfico la información obtenida y observen el comportamiento de los datos. Luego, respondan.

- ¿Representa la gráfica un crecimiento o decrecimiento?, ¿cómo lo supieron?
- ¿Pueden afirmar que la red social que escogieron presenta un crecimiento exponencial en su uso? Fundamenten su respuesta.
- Estimen la cantidad de usuarios que habrá para 2028 si sigue el mismo comportamiento.

Paso 4: Elaboren un tríptico o folleto informativo acerca del trabajo realizado. Luego, compartan el trabajo realizado en alguna plataforma digital de uso común para el curso.



14 a 16

Para concluir

- ¿Cómo se define una función exponencial? Explica con un ejemplo.
- Si una población de animales tiene una variación porcentual negativa constante, ¿cuál base elegirías para la función exponencial que modela la situación: una mayor a 1 o menor a 1? Justifica tu respuesta.
- ¿Qué dificultades tuviste en el desarrollo de este tema?, ¿cómo las superaste?

Lección 3

Modelamiento de fenómenos con la función exponencial

Función exponencial

1. Identifica las funciones que son exponenciales. Para ello, escribe Sí o No según corresponda.

a. $f(x) = 4x$

c. $h(x) = \left(\frac{1}{8}\right)^x$

e. $j(x) = \left(\frac{1}{x}\right)^2$

b. $g(x) = 6^{-x}$

d. $i(x) = x^{-5}$

f. $k(x) = 3^{2-x}$

2. Verifica si las siguientes proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

a. _____ Una función exponencial con base mayor que cero y menor que uno es siempre una función decreciente.

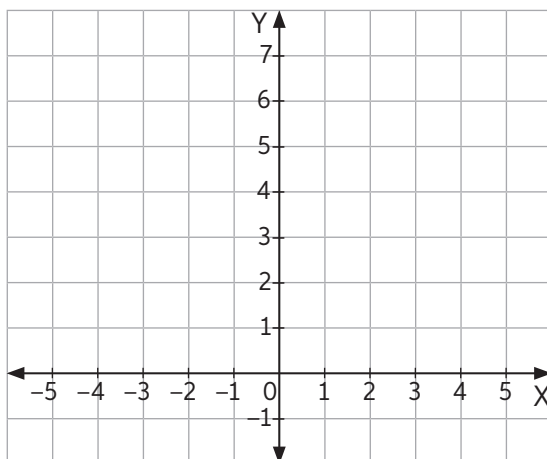
b. _____ Una función exponencial con base fraccionaria siempre es una función decreciente.

c. _____ La gráfica de la función $h(x) = a^x$ con $a > 1$, se traslada 5 unidades horizontalmente hacia los positivos si se grafica $h(x - 5)$.

3. Representa cada función en el plano cartesiano. Luego, indica si es una función creciente o decreciente.

a. $f(x) = 4^x$

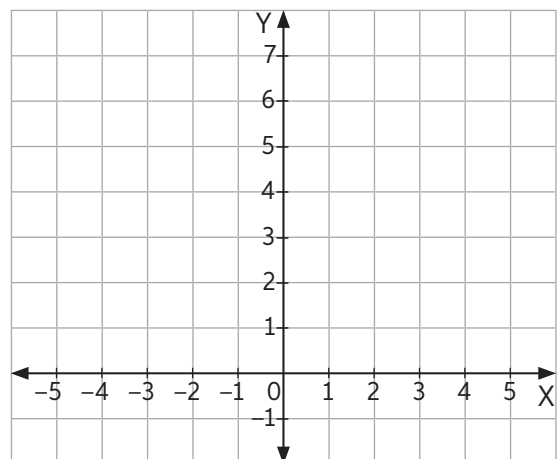
| | | | | | | | |
|------|----|----|----|---|-----|---|-----|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 0,5 | 1 | 1,6 |
| f(x) | | | | | | | |



Función: _____

b. $g(x) = e^{-x}$

| | | | | | | | |
|------|----|----|----|---|-----|---|-----|
| x | -3 | -2 | -1 | 0 | 0,5 | 1 | 1,6 |
| g(x) | | | | | | | |



Función: _____

4. Completa cada casilla con la función correspondiente a su gráfica.

a. _____ = $2^x + 3$

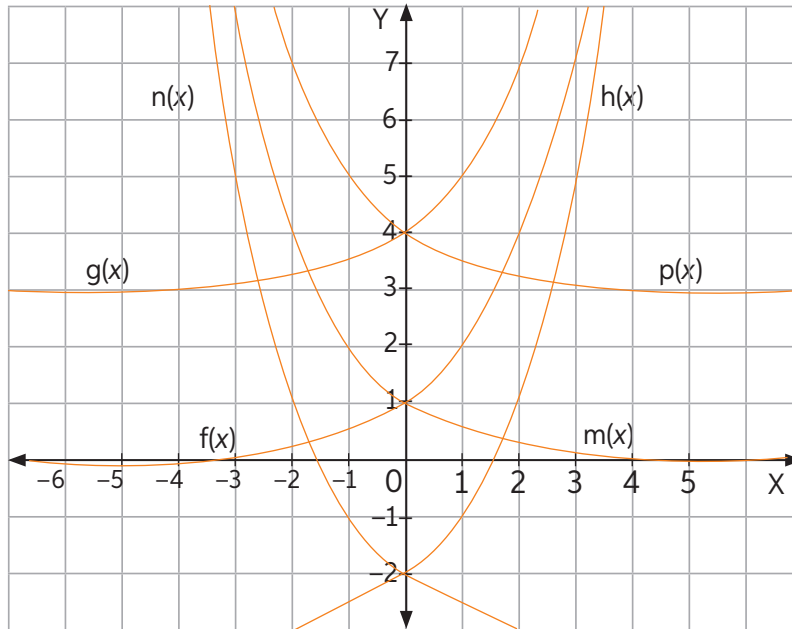
b. _____ = 2^{-x}

c. _____ = $2^{-x} + 3$

d. _____ = $2^{-x} - 3$

e. _____ = $2^x - 3$

f. _____ = 2^x



5. Sin graficar, determina el dominio, recorrido y las intersecciones con los ejes de las gráficas correspondientes a las siguientes funciones exponenciales.

a. $f(x) = 2^x - 1$

b. $h(x) = 1 - 3^x$

c. $h(x) = 5^x - 2$

Lección 3

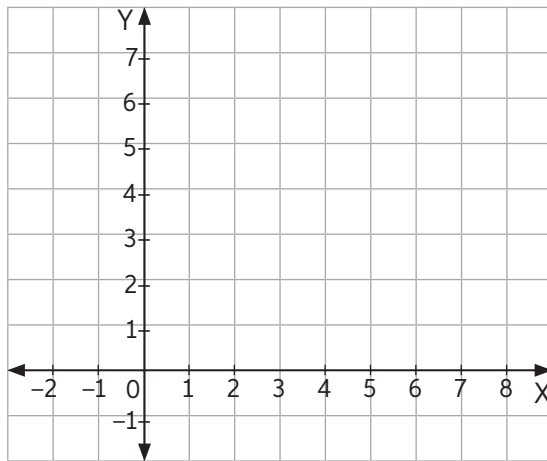
6. El área cubierta por un nenúfar en un lago se duplica cada día, creciendo gradualmente durante todo el día. Si al momento de empezar un estudio el nenúfar abarca una extensión de $1,2 \text{ m}^2$, ¿qué área ocupará dentro de 8 días?

a. Completa la tabla.

| | | | | | | | | |
|-----------------------|-----|---|---|---|---|---|---|---|
| Tiempo (días) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Área (m^2) | 1,2 | | | | | | | |

b. ¿Qué función relaciona ambas variables? Llámala $A(t)$.

c. Representa la función en el plano cartesiano.



d. ¿Cuáles son el dominio y el recorrido de la función?

7. Se sabe que la concentración de anestesia en la sangre humana disminuye exponencialmente según la función $f(x) = k \cdot 0,95^x$, donde k es la cantidad inicial de anestesia en miligramos y x el tiempo en minutos desde su administración. ¿Cuántos miligramos de anestesia quedan en la sangre del paciente después de hora y media?



Los **nenúfares** son plantas acuáticas con flores que crecen en lagos, lagunas, charcas o pantanos y que están usualmente enraizadas en el fondo.

Se administraron 60 mg de anestesia a este paciente.

