1º medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 21

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Inicio

En esta clase aplicaremos algunas propiedades de las potencias para multiplicar expresiones algebraicas.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo

Para cumplir con el objetivo de esta clase, trabajaremos en las páginas 72 y 73 de tu texto de estudio, resolviendo el **“Recuerdo lo que sé”** que ahí aparece.

Para comenzar, recordemos qué es una potencia y sus propiedades vistas en la clase 17.

Potencias: $p^n = p \cdot p \cdot p \cdot p \ldots \ldots . . p_n$, donde $p = base$ y $n = exponente$

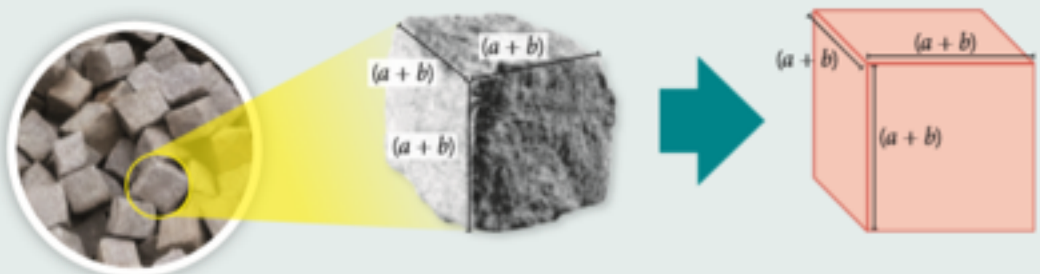
Propiedades de las Potencias

$1^n = 1$	$a^1 = a$	$a^0 = 1, (a \neq 0)$
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$		$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$		$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
$a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad (a \neq 0)$		$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$
$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad (a \neq 0)$		$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$

Ahora que recordamos las propiedades de las potencias, analicemos el **ítem 1** de la página 72 y tomaremos como ejemplo **ejercicio a** de la tabla.

1. Interpreta la siguiente información y responde.

Te has dado cuenta que existen situaciones de la vida real que se relacionan con cuerpos geométricos, en particular una piedra como se muestra a continuación.



a. Considerando que la medida de una de sus aristas es $(a + b)$ cm, completa la siguiente tabla y luego responde.

a	b	$(a+b)^2$	$a^2+2ab+b^2$	$(a+b)^3$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
3	2				
1	5				

Para completar la tabla, primero debemos reemplazar los valores designados a "a" y "b". Tomaremos como ejemplo la tercera fila de la tabla.

Iremos resolviendo cada expresión en forma individual y luego agregaremos los resultados a la tabla.

Entonces para $a = 1$ y $b = 5$, se tiene:

- $(a + b)^2=(1 + 5)^2 = 6^2 = 36$
- $a^2 + 2ab + b^2 = 1^2 + 2 \cdot 1 \cdot 5 + 5^2 = 1 + 10 + 25 = 36$
- $(a + b)^3 = (1 + 5)^3 = 6^3 = 216$
- $a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3 = 1^3 + 3 \cdot 1^2 \cdot 5 + 3 \cdot 1 \cdot 5^2 + 5^3$

$$= 1 + 3 \cdot 1 \cdot 5 + 3 \cdot 1 \cdot 25 + 125$$
$$= 1 + 15 + 75 + 125$$
$$= 216$$

De esta forma, los resultados de la tercera fila de la tabla son:

a. Considerando que la medida de una de sus aristas es $(a + b)$ cm, completa la siguiente tabla y luego responde.

a	b	$(a + b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$	$(a + b)^3$	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
3	2				
1	5	**36**	**36**	**216**	**216**

Actividad 1: Completa tabla del **ejercicio** a del **ítem 1**, siguiendo los pasos anteriores.

Puedes comprobar tus resultados en el **solucionario de tu texto de estudio**, página 290.

Actividad 2: Analiza los datos obtenidos en la tabla anterior y la forma en cómo llegaste ellos, para luego responder el **ejercicio b y c.**

Estudiaremos el **ejercicio b** del **ítem 2** de la página 73.

b. ¿Cómo resolverías la multiplicación $(a + b) \cdot (a^2 + 2ab + b^2)$?
¿Es lo mismo que resolver $(a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b)$? ¿Qué estrategia utilizaste en cada caso? Explica.

Mi resolución

Mi estrategia ▸ ______

Respondamos la primera pregunta:

b. ¿Cómo resolverías la multiplicación $(a + b) \cdot (a^2 + 2ab + b^2)$?

Recordemos la multiplicación de expresiones algebraicas vista en la clase 19.

Monomio por monomio: se multiplican los coeficientes numéricos de los términos los factores literales, según corresponda. Ejemplo $2a^2 \cdot 3a = 6a^3$

Monomio por polinomio: se multiplica el monomio por cada término del polinomio aplicando la propiedad distributiva. Ejemplo: $3m \cdot (4x + 2 - y) = 12mx + 6m - 3my$

Polinomio por polinomio: se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación y luego, se ser posible, se reducen los términos semejantes.

Ejemplo: $(a + 2) \cdot (3b + c) = a \cdot (3b + c) + 2 \cdot (3b + c) = 3ab + ac + 6b + 2c$

Observando los diferentes tipos de multiplicaciones de expresiones algebraicas, se tiene que la forma de resolver el producto es polinomio por polinomio.

Resolvamos el producto siguiendo el ejemplo anterior:

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a}^2 + \mathbf{2ab} + \mathbf{b}^2)$$

1º Multiplicamos cada término del primer polinomio con el segundo polinomio:

$$a \cdot (a^2 + 2ab + b^2) + b \cdot (a^2 + 2ab + b^2)$$

2º Multiplicamos el término que está fuera del paréntesis con cada uno de los que está dentro del paréntesis:

$$a \cdot a^2 + a \cdot 2ab + a \cdot b^2 + b \cdot a^2 + b \cdot 2ab + b \cdot b^2$$

3º Al multiplicar términos algebraicos debemos considerar la multiplicación de potencias de bases iguales:

$$a^3 + 2a^2 b + ab^2 + ba^2 + 2ab^2 + b^3$$

4º Finalmente, reducimos términos semejantes:

$$\boxed{a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3}$$

Ahora analicemos la segunda pregunta del **ejercicio b** del **ítem 2**

¿Es lo mismo que resolver $(a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b)$?

Para poder responder debemos resolver el producto que se presenta:

$$(a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b)$$

1º Como tenemos un producto de tres binomios, tomaremos los dos primeros respetando el orden de operatoria que vimos en la clase 17 y usando la estrategia anterior:

$$(a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b)$$

$$[a \cdot (a + b) + b \cdot (a + b)] \cdot (a + b)$$

$$[a^2 + ab + ba + b^2] \cdot (a + b)$$

$$[a^2 + 2ab + b^2] \cdot (a + b)$$

2º Tomamos el resultado de la primera multiplicación y lo multiplicamos con el último binomio siguiendo la misma estrategia:

$$[a^2 + 2ab + b^2] \cdot (a + b)$$

$$a^2 \cdot a + a^2 \cdot b + 2ab \cdot a + 2ab \cdot b + b^2 \cdot a + b^2 \cdot b$$

$$a^3 + a^2 b + 2^2 b + 2ab^2 + b^2 a + b^3$$

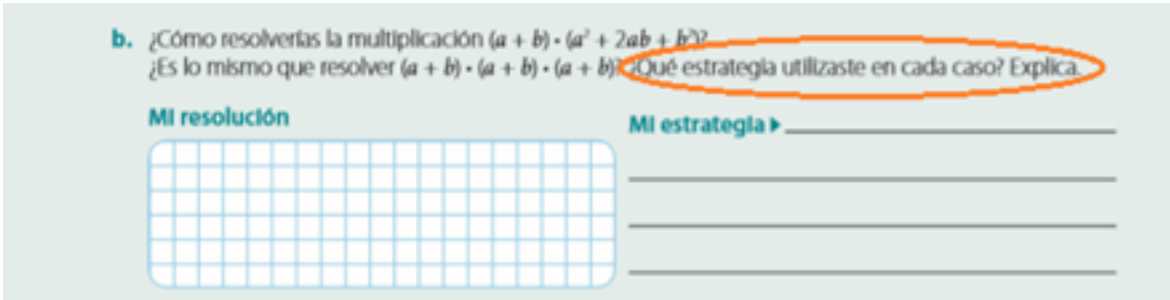
$$\boxed{a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3}$$

Al observar los dos resultados vemos que son iguales:

$$\boxed{(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot (\mathbf{a^2} + \mathbf{2ab} + \mathbf{b^2}) = (a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b)}$$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio**, página 290.

Actividad 3: Responde la tercera pregunta sobre la estrategia utilizada


b. ¿Cómo resolverías la multiplicación $(a + b) \cdot (a^2 + 2ab + b^2)$?
¿Es lo mismo que resolver $(a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b)$? ¿Qué estrategia utilizaste en cada caso? Explica.

Mi resolución

Mi estrategia ▸

Actividad 4: Responde los **ejercicios a y c del ítem 2** de la página 73 con la ayuda anterior.

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en el **solucionario de tu texto de estudio**, página 290.

Cierre

Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 ¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $(x - y) \cdot (x - y)$?

A. $(x + y)^2$

B. $(x - y)^2$

C. $(x + y)^3$

D. $(x - y)^3$

2 ¿Cuál de las siguientes expresiones es equivalente a $(a + b) \cdot (a^2 + 2ab + b^2)$?

A. $(a + b)^2$

B. $(a + b)^3$

C. $(a + b) \cdot 2a^2 b^2$

D. $(a + b) \cdot 2a^3 b^3$

3

¿Cuál es el resultado de $(2x+y)\cdot 5xy$?

A. $10x^2 y + 5xy^2$

B. $7xy + 6xy$

C. $7x^2 y + 6xy^2$

D. $10xy+5xy$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número ______ fue: ________________________________.

1º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad 1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Tema 1

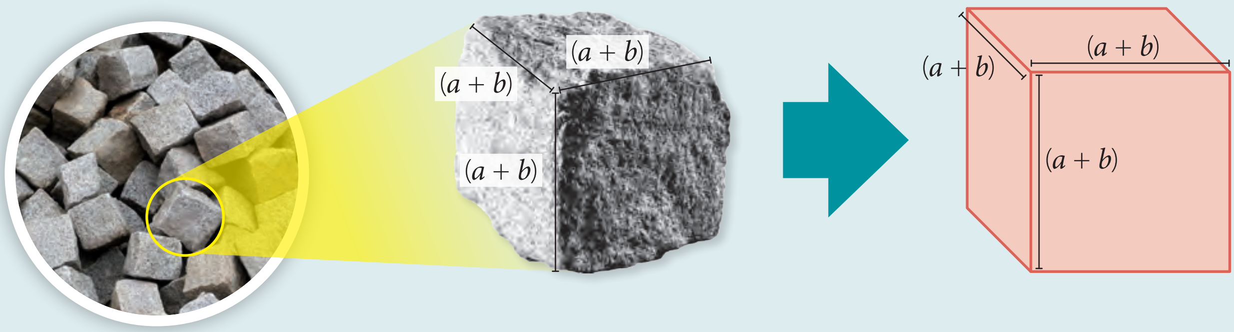
Productos notables

En esta sección recordarás lo que has estudiado en años anteriores y diseñarás una estrategia para desarrollar el Tema 1.

Recuerdo lo que sé

1. Interpreta la siguiente información y responde.

Te has dado cuenta que existen situaciones de la vida real que se relacionan con cuerpos geométricos, en particular una piedra como se muestra a continuación.



a. Considerando que la medida de una de sus aristas es $(a + b)$ cm, completa la siguiente tabla y luego responde.

a	b	$(a + b)^2$	$a^2 + 2ab + b^2$	$(a + b)^3$	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
3	2				
1	5				

b. Explica la relación entre los valores obtenidos anteriormente.

____

____

c. La expresión algebraica, $a^2 + ab + b^2 + ab$, ¿la puedes reducir? ¿Con qué expresión de la tabla la relacionas? Explica.

Explicación ▸ ______________________________

____

____

____

Para **reducir** expresiones algebraicas se asocian los términos semejantes, es decir, se suman o se restan sus coeficientes numéricos y se conserva el factor literal.

Para **multiplicar** un polinomio por un polinomio puedes aplicar la propiedad distributiva de la multiplicación y luego reducir términos semejantes.

Diseño mi estrategia

2. Analiza cada caso y plantea una estrategia para desarrollar cada actividad.

a. ¿Puedes afirmar que la expresión algebraica que representa el desarrollo de $(a + b)^2$ es $a^2 + 2ab + b^2$? Justifica tu afirmación.

Mi resolución

Explicación

b. ¿Cómo resolverías la multiplicación $(a + b) \cdot (a^2 + 2ab + b^2)$?
¿Es lo mismo que resolver $(a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b)$? ¿Qué estrategia utilizaste en cada caso? Explica.

Mi resolución

Mi estrategia

c. Comenta tus estrategias con tus compañeros, luego escribe lo que te sirvió para mejorar la tuya.

Reflexiona sobre tu trabajo

- ¿En qué otra situación crees que se utilicen productos entre expresiones algebraicas? Nombra una.
- ¿Qué dificultades tuviste para responder las preguntas anteriores? ¿Cómo podrías resolverlas? Explica.
- Considerando lo estudiado en años anteriores, ¿qué conocimientos utilizaste? Justifica detalladamente.
- ¿Abordaste de manera creativa la búsqueda de soluciones a las actividades planteadas? Explica.