1º medio

# Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

## Clase 17

## Matemática


Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

# Inicio

El propósito de esta clase es aplicar las potencias como herramienta para comprender los conceptos de **crecimiento y decrecimiento exponencial.**

**Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.**

# Desarrollo

Para cumplir con el objetivo de esta clase, trabajaremos en las páginas 64 y 65 de tu texto de estudio, ya que comenzaremos a resolver la **"Evaluación final"** que ahí aparece.

Para comenzar, recordaremos los elementos que conforman los conjuntos numéricos que hemos estudiado. Para esto, analicemos el cuadro conceptual que aparece en la página 16 de tu texto de estudio."

**Conceptos**

- **Los números naturales** ($\mathbb{N}$) se representan por $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$.
- **Los números enteros** ($\mathbb{Z}$) se representan por $\mathbb{Z} = \{\ldots -2, -1, 0, 1, 2 \ldots\}$.
- **Los números racionales** ($\mathbb{Q}$) se representan por:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \text{ tal que } a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\right\}$$

**Del ítem 1 de la "Evaluación final"**, se presentarán los **ejercicios a y d** como ejemplos, para que luego tú puedas continuar con los que faltan de ese ítem.

**1.** **a.** El número -0,5 pertenece al conjunto de los **números racionales ($\mathbb{Q}$)**, ya que, al ser un decimal finito, **se puede escribir como fracción.**

**1.** **d.** El número -100 pertenece al conjunto de los **números enteros** ($\mathbb{Z}$), pero como también se puede escribir como una fracción de denominador 1 $\left(\frac{-100}{1}\right)$, entonces también pertenece al conjunto de los **números racionales ($\mathbb{Q}$)**.

Puedes comprobar las respuestas anteriores en el **solucionario de tu texto de estudio,** página 289.

**Actividad 1**

Ahora, del **ítem 1** de la página 64 de tu texto, resuelve en tu cuaderno los **ejercicios b, c, e** y **f.**

Para el ítem 2, reforcemos algunos conceptos de **operatoria con números racionales.**

**Para adición y sustracción:**

- Si están representados como números decimales, los ordenas de manera vertical, con la condición de que la coma decimal quede alineada, y resuelves.
- Si están representados como fracciones, resuelves:

Adicción: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{b \cdot d}$

Sustracción: $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{b \cdot d}$

con $a,b,c,d \in Z$, y $b \neq 0, d \neq 0$

Si en un mismo ejercicio aparecen números enteros, decimales y fracciones debes transformar todo a fracción para resolver y si tienes decimales periódicos y semi periódicos también debes transformarlos a fracción para poder operar con ellos.

**Multiplicación:**

- Si son números decimales, los multiplicas de manera habitual, considerando que la posición de la coma decimal se desplaza, de derecha a izquierda tantos lugares como cifras de decimales tenga cada decimal que estas multiplicando
- Si son fracciones resuelves:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \qquad ;\text{donde } a,b,c,d \in \mathbb{Z}, \text{y } b \neq 0, d \neq 0$$

**División de números decimales:**

- Si son decimales se debe amplificar ambos decimales por potencias de base 10, con exponente igual a la cantidad que tenga el número con más decimales y después se hace la división de números naturales que se obtendrá
- Si son fracciones resuelves: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ ,donde $a,b,c,d \in \mathbb{Z}$,y $b \neq 0, d \neq 0$

También puedes resuelves la división de fracciones multiplicando en forma cruzada en vez de utilizar el inverso multiplicativo del divisor.

Para resolver **operatoria combinada**, resuelves respetando el siguiente orden:

1. Paréntesis. Desde el más interior al más exterior y de izquierda a derecha.
2. Potencias.
3. Multiplicación o división, de izquierda a derecha.
4. Adición o sustracciones, de izquierda a derecha.

Veamos ahora cómo se resuelve **el ejercicio a. del ítem 2** de la “Evaluación final”.

**2. a.** $3{,}04 : \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot 2{,}75$

1º Transformamos los decimales a fracción (irreductible):

$$3{,}04 = \frac{304}{100} = \frac{304:4}{100:4} = \frac{76}{25}$$

$$2{,}75 = \frac{275}{100} = \frac{275:25}{100:25} = \frac{11}{4}$$

2º Ahora reemplazamos los decimales por las fracciones obtenidas:

$$\frac{76}{25} : \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot \frac{11}{4}$$

3º Transformamos la división de fracciones a multiplicación. Para esto recuerda que la fracción dividendo se multiplica por el recíproco de la fracción divisor:

$$\frac{76}{25} \cdot \frac{5}{1} + \frac{2}{3} \cdot \frac{11}{4}$$

4º Resolvemos la multiplicación, simplificando cuando sea posible:

$$\frac{76}{5} + \frac{11}{6}$$

5° Finalmente, sumamos estas fracciones:

$$\frac{76 \cdot 6 + 11 \cdot 5}{30} = \frac{456+55}{30} = \frac{511}{30}$$

Por lo tanto:

$$3{,}04 : \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot 2{,}75 = \frac{511}{30}$$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio**, página 289.

**Actividad 2**

Ahora es tu turno. Resuelve los **ejercicios b** y **c del ítem 2** de la página 64.

Continuaremos con el **ítem 3**. Para esto, resolveremos el **ejercicio a.**

**a.** $\frac{5}{3} - \frac{2}{5} = \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{5}{3}$

Recuerda que la adición tiene las siguientes propiedades:

**Conceptos**

En el conjunto $\mathbb{Q}$, para la **adición** y **multiplicación** se cumplen las siguientes **propiedades**:

- **Clausura:** Si $a, b \in \mathbb{Q}$ entonces $(a + b) \in \mathbb{Q}$ y $(a \cdot b) \in \mathbb{Q}$ .
- **Conmutativa:** Si $a, b \in \mathbb{Q}$ entonces $a + b = b + a$ y $a \cdot b = b \cdot a$.
- **Asociativa:** Si $a, b, c \in \mathbb{Q}$ entonces $a + (b + c) = (a + b) + c$ y $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$.
- **Elemento neutro:** Para todo $a \in \mathbb{Q}$ existe un único elemento neutro, tal que:

| Neutro aditivo | Neutro multiplicativo |
| --- | --- |
| $a + 0 = 0 + a = a$ | $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$ |

- **Elemento inverso:** Para todo $a \in \mathbb{Q}$ existe:

| Inverso aditivo | Inverso multiplicativo |
| --- | --- |
| $-a \in \mathbb{Q}$ tal que $a + (-a) = (-a) + a = 0$ | $\frac{1}{a} \in \mathbb{Q}$ $(a \neq 0)$ tal que $a \cdot \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \cdot a = 1$ |

- **Distributiva:** Si $a, b, c \in \mathbb{Q}$ entonces $a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$.

Entonces, en base al recuadro anterior, resolveremos el ejercicio **a. del ítem 3.**

**3. a.**

$$\frac{5}{3}-\frac{2}{5}=-\left(-\frac{2}{5}\right)+\frac{5}{3}$$

$$\frac{5\cdot 5-2\cdot 3}{15}=\frac{-2\cdot 3+5\cdot 5}{15}$$

$$\frac{25-6}{15}=\frac{-6+25}{15}$$

$$\boxed{\frac{19}{15}=\frac{19}{15}}$$

Como la igualdad es verdadera, entonces se cumple, en este caso, la **propiedad conmutativa de la adición.** (Comprueba en el solucionario de tu texto de estudio)

**Actividad 3**

Guiándote con el ejercicio anterior, resuelve el **ejercicio b del ítem 3**, página 64.

**Actividad 4**

Completa la tabla del **ítem 4**, página 64. No olvides verificar tus respuestas y resultados en el solucionario de tu texto de estudio, el que aparece en la página 289.

Veamos ahora cómo se resuelve el **ejercicio a.** del **ítem 5** de la “Evaluación final”, página 64.

**5.** Indica las condiciones que deben cumplir los números enteros $a$, $b$ y $c$, para que la ecuación $ax+b=c$, $a\neq 0$, cumpla lo pedido en cada caso. (2 puntos cada uno)

**a.** La solución sea un número entero negativo.

**b.** La solución sea un número racional positivo.

Para resolver esta actividad, analicemos la ecuación planteada:

$$ax + b = c, \qquad a \neq 0$$

Al despejar la variable x, obtenemos:

$$ax = c - b$$

$$x = \frac{c-b}{a}$$

Al despejar la variable x, obtenemos:

Para que la expresión resultante $\left(\frac{c-b}{a}\right)$ sea un número entero negativo, se debe cumplir que:

- ✓ El numerador *(c-b)* debe ser divisible por el denominador a.
- ✓ El numerador *(c-b)* y el denominador a deben tener signos opuestos.

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio,** página 289.

**Actividad 5**

Siguiendo el desarrollo y análisis del ejercicio anterior, resuelve el **ejercicio b.**

Para resolver el **ítem 6**, debemos recordar que, para la resolución de un problema, se recomienda seguir los siguientes aspectos:

- ✓ Los datos que se presentan.
- ✓ Plantear una estrategia para resolver.
- ✓ Resolver la estrategia planteada.
- ✓ Responder a la pregunta del problema.

**Actividad 6**

Con lo anterior, resuelve el problema que se presenta en el **ítem 6** de la página 64.

A continuación, recordaremos el **concepto de potencia** y sus propiedades

| | | |
|---|---|---|
| $1^n = 1$ | $a^1 = a$ | $a^0 = 1, (a \neq 0)$ |
| $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ | | $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ |
| $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ | | $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ |
| $a^{-1} = \frac{1}{a}, \quad (a \neq 0)$ | | $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$ |
| $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad (a \neq 0)$ | | $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$ |

**Actividad 7**

Considerando lo anterior, resuelve los **ítems 7, 8 y 9** de la página 65.

No olvides comprobar tus resultados en el **solucionario de tu texto de estudio**, página 289.

Ahora, analizaremos la primera afirmación que aparece en el **ítem 10** de la página 65:

**10.** Determina si cada afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera, explícala usando argumentos matemáticos; y si es falsa, muestra un ejemplo que no la cumpla. (1 punto cada uno)

**a.** La propiedad $\frac{a^m}{b^n} = a^{m+n}$, con $a, b \neq 0$, y $a, b, n, m \in \mathbb{Z}$ siempre es verdadera.

**b.** La propiedad $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, con $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, y $n \in \mathbb{Z}$ es siempre verdadera.

Observemos la propiedad dada en **a.**

$$\frac{a^m}{b^n} = a^{m+n}$$

En una parte de la igualdad tenemos un cociente de potencias, es decir:

$$\frac{a^m}{b^n} = a^m : b^n$$

Ahora, si observamos la tabla resumen anterior de las propiedades de las potencias, podemos ver que no existe una propiedad que indique división entre potencias de distintas bases y distinto exponente, por lo que la igualdad inicial presentada es falsa.

Además, si el cociente fuera entre potencias de igual bases, la propiedad dice que se debe mantener la base y restar los exponentes, por lo que tampoco se cumple al otro lado de la igualdad que muestra una potencia con suma de exponentes.

Por lo tanto, la primera propiedad presentada en **a.** es **FALSA.** En el solucionario del texto de estudio podrás ver un contraejemplo de lo señalado.

**Actividad 8**

Ahora, de este mismo ítem y considerando el análisis anterior, responde a afirmación del **ejercicio b.**

## Cierre

**Evaluación**

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

**1** Al resolver $1,\overline{4} + \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{9} : \frac{1}{6}\right)$, ¿qué resultado se obtiene?

A. $\frac{9}{5}$

B. $\frac{27}{5}$

C. $\frac{49}{9}$

D. $\frac{50}{9}$

**2** Observa la siguiente igualdad:

**Si a,b,c $\in \mathbb{Q}$, entonces a · ( b · c ) = ( a · b ) · c**

¿A qué propiedad corresponde?

A. Clausura.
B. Asociativa.
C. Conmutativa.
D. Distributiva.

**3** Cuál es el valor de $\left(\frac{2^6}{2^4}\right)^2$ ?

A. 1
B. 8
C. 16
D. 24

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

| | |
|---|---|
| 3 respuestas correctas: | Logrado. |
| 2 respuestas correctas: | Medianamente logrado. |
| 1 respuesta correcta: | Por lograr. |

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _______ fue: ____________________________________.

1º
medio

# Texto escolar

## Matemática

Unidad
1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

# ¿Qué aprendí? Evaluación final

Desarrolla las siguientes actividades de evaluación que te permitirán reconocer lo que has estudiado en esta unidad.

## Operatoria en los números racionales

**1.** Determina a qué conjunto numérico pertenecen los siguientes números: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ o $\mathbb{Q}$. Recuerda que un número puede pertenecer a más de un conjunto numérico. (0,5 puntos cada uno)

**a.** $-0{,}5$ **c.** $\frac{11}{13}$ **e.** $-\frac{21}{25}$

**b.** $0{,}\overline{3}$ **d.** $-100$ **f.** $0{,}9\overline{881}$

**2.** Realiza las siguientes operaciones y simplifica si es posible. (1 punto cada uno)

**a.** $3{,}04 : \frac{1}{5} + \frac{2}{3} \cdot 2{,}75$ **b.** $\frac{1}{2} + 1{,}\overline{2} - 1{,}05$ **c.** $3{,}1 \cdot 0{,}4 + 1{,}7 : \frac{6}{5}$

**3.** Escribe qué propiedades de la adición se cumplen en cada caso y, luego, compruébalas. (1 punto cada uno)

**a.** $\frac{5}{3} - \frac{2}{5} = \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{5}{3}$ **b.** $\left[\left(-\frac{5}{3}\right) + \frac{7}{4}\right] + \frac{1}{2} = \left(-\frac{5}{3}\right) + \left(\frac{7}{4} + \frac{1}{2}\right)$

**4.** Completa la tabla según corresponda. Sigue el ejemplo de la primera fila. (1 punto cada uno)

| Expresión numérica | Lenguaje natural |
|---|---|
| $6 \cdot 5 + (-7) : (-2)$ | La suma entre el producto de seis y cinco con el cociente entre menos siete y menos dos. |
| $\left(5 + \frac{1}{3}\right) - (-2) \cdot 7$ | |
| | Un cuarto menos la resta entre diez y menos seis. |
| $7 : (-8) - \left(-6 + \frac{2}{5}\right)$ | |

**5.** Indica las condiciones que deben cumplir los números enteros $a$, $b$ y $c$, para que la ecuación $ax + b = c$, $a \neq 0$, cumpla lo pedido en cada caso. (2 puntos cada uno)

**a.** La solución sea un número entero negativo. **b.** La solución sea un número racional positivo.

**6.** Resuelve el siguiente problema. (2 puntos)

El submarinismo o buceo es el acto en el cual una persona permanece bajo el agua. Si una persona se sumerge a 25,5 m bajo el nivel del mar y luego desciende $4\frac{1}{3}$ m más, ¿a cuántos metros bajo el nivel del mar se encuentra?

## Potencias

**7.** Usa las propiedades de las potencias para reducir la siguiente expresión: $\dfrac{\left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^0 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} : \left(\frac{81}{16}\right)^{-2}}{\left(\frac{3}{2}\right) \cdot \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left[\left(\frac{2}{3}\right)^2\right]^2 : \left(\frac{8}{27}\right)^3}$.
(1 punto)

**8.** Completa usando algunas de las cuatro operaciones de modo que el resultado de cada una de las expresiones numéricas sea igual a 1. (1 punto cada uno)

**a.** $4^3 \; \square \; 2^3 \; \square \; 2^3$

**b.** $\left(\frac{4}{5}\right)^2 \; \square \; \left(\frac{25}{16}\right)^{-1}$

**c.** $(-6)^2 \; \square \; (-6)^4 \; \square \; \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$

**d.** $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \; \square \; \left(\frac{1}{6}\right)^{-4} \; \square \; 4^4 \; \square \; (-5{,}23)^0$

**9.** Desarrolla cada potencia y calcula su valor. (1 punto cada uno)

**a.** $\left(\frac{4^{-4}}{7}\right)^2$

**b.** $\left[\left(-0{,}02\right)^{-1}\right]^2$

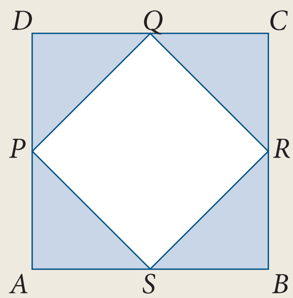
**c.** $\left[\left(\frac{6}{5}\right)^3\right]^2$

**10.** Determina si cada afirmación es verdadera o falsa. Si es verdadera, explícala usando argumentos matemáticos; y si es falsa, muestra un ejemplo que no la cumpla. (1 punto cada uno)

**a.** La propiedad $\frac{a^m}{b^n} = a^{m+n}$, con $a, b \neq 0$, y $a, b, n, m \in \mathbb{Z}$ siempre es verdadera.

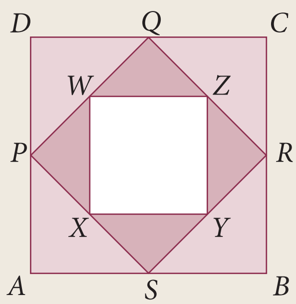
**b.** La propiedad $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$, con $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q} - \{0\}$, y $n \in \mathbb{Z}$ es siempre verdadera.

**11.** Los lados del cuadrado $ABCD$ miden 4 cm. Los puntos medios $P$, $Q$, $R$, $S$ de los lados se han unido formando un segundo cuadrado. (1 punto cada uno)




**a.** Calcula el área de $PSRQ$. Usa el teorema de Pitágoras y recuerda que $(\sqrt{2})^2 = 2$.

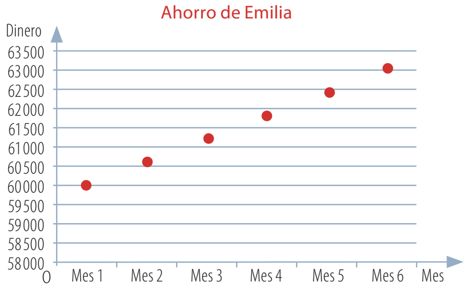
Al unir los puntos medios $W$, $X$, $Y$, $Z$ de los lados del cuadrado $PSRQ$ se forma otro cuadrado.




**b.** Muestra que las áreas de los cuadrados $ABCD$, $PSRQ$ y $WXYZ$ pueden ser escritas de la forma:

$$16 \text{ cm}^2,\; 16 \cdot \frac{1}{2} \text{ cm}^2,\; 16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 \text{ cm}^2$$

**c.** Si el proceso de formar cuadrados más pequeños continúa con las mismas características anteriores, ¿cuál es el área del sexto y décimo cuadrado formado?




**Página 58**

**1.** Si $x = 0{,}5$, entonces $y \approx 0{,}7071\ldots$
Si $x = 4$, entonces $y = 0{,}0625$

**2. a.** 1° lugar: \$ 162 000; 2° lugar: \$ 54 000; 3° lugar: \$ 18 000; 4° lugar: \$ 6 000
**b.** Sí, a ese ritmo logran hacer más de 400 vasijas.
**c.** Después de 3 días se han exterminado 1.250 conejos, por lo que quedan 8 750.
**d.** 6 veces en 6 horas (En 6 horas y 4 minutos aplaudiría una 7° vez).
**e.** Juan: \$ 5 000; Diego: \$ 6 105.
**f.** Este mes paga \$ 25 920.

**3. a.** La población A tendrá 125 bacterias y la población B tendrá 576.
**b.** 701 bacterias

**Página 59**

**4. a.** $2 \cdot 2^5 = 2^6$ **b.** $2^2 \cdot 2^6 = 2^8$

**5. a.**

| Etapa 5 | Etapa 6 | Etapa 7 |
|---|---|---|
| $5^4$ | $5^5$ | $5^6$ |
| 625 | 3 125 | 15 625 |

**b.** $5^{29}$ **c.** 19 531 mensajes

## ¿Cómo voy? Evaluación de proceso 2 (Página 60 y 61)

**1. a.**

| Semana | Cocineros nuevos |
|---|---|
| 0 | 10 |
| 1 | 20 |
| 2 | 60 |
| 3 | 180 |
| 4 | 540 |
| 5 | 1 620 |

**b.**

| Semana | Cocineros nuevos |
|---|---|
| 1 | $20 \cdot 3^0$ |
| 2 | $20 \cdot 3^1$ |
| 3 | $20 \cdot 3^2$ |
| 4 | $20 \cdot 3^3$ |
| 5 | $20 \cdot 3^4$ |

El término general de los cocineros nuevos es $20 \cdot 3^{n-1}$, $n \in \mathbb{N}$.
**c.** El término general de los cocineros totales al finalizar la semana $n$ es, $10 \cdot 3^n$, $n \in \mathbb{N}$.

**2. a.** $1{,}\overline{1} = \frac{10}{9}$ **b.** $0{,}\overline{9} = 1$

**3. a.** 5 ns = $5 \cdot 10^{-9}$ s = 0,000000005 s
0,34 Gs = $0{,}34 \cdot 10^9$ s = 340 000 000 s
**b.** No es correcto, ya que 30 μm = $3 \cdot 10^{-5}$ m

## Actividades complementarias (Página 63)

**1.** $H_n = 4n, n \in \mathbb{N}_0$ y $V_n = \frac{4^{n+1} - 1}{3}$

**2. a.** En 1 día habrán $5^{25}$ nuevas bacterias; después de 2 días habrán $5^{49}$ nuevas bacterias y después de 10 días habrán $5^{241}$ nuevas bacterias.
**b.** Transcurridas $n$ horas hay $5^{n+1}$ nuevas bacterias.

## ¿Qué aprendí? Evaluación final (Página 64 a la 66)

### Operatoria en los números racionales

**1. a.** $\in \mathbb{Q}$ **b.** $\in \mathbb{Q}$ **c.** $\in \mathbb{Q}$ **d.** $\in \mathbb{Z}, \mathbb{Q}$ **e.** $\in \mathbb{Q}$ **f.** $\in \mathbb{Q}$

**2. a.** $\frac{511}{30}$ **b.** $\frac{121}{180}$ **c.** $\frac{797}{300}$

**3. a.** Conmutatividad

$$\frac{5}{3} - \frac{2}{5} = \left(-\frac{2}{5}\right) + \frac{5}{3}$$
$$\frac{25 - 6}{15} = \frac{-6 + 25}{15}$$
$$\frac{19}{15} = \frac{19}{15}$$

**b.** Asociatividad

$$\left[\left(-\frac{5}{3}\right) + \frac{7}{4}\right] + \frac{1}{2} = \left(-\frac{5}{3}\right) + \left(\frac{7}{4} + \frac{1}{2}\right)$$
$$\frac{1}{12} + \frac{1}{2} = -\frac{5}{3} + \frac{9}{4}$$
$$\frac{7}{12} = \frac{7}{12}$$

**4.**

| Número decimal | Fracción |
|---|---|
| $\left(5 + \frac{1}{3}\right) - (-2) \cdot 7$ | La diferencia entre la suma de cinco y un tercio con el producto entre menos dos y siete. |
| $\frac{1}{4} - (10 - (-6))$ | Un cuarto menos la resta entre diez y menos seis. |
| $7 : (-8) - \left(-6 + \frac{2}{5}\right)$ | La diferencia entre el cociente de siete y menos ocho, con la suma entre menos seis y dos quintos. |

**5. a.** $(c - b)$ debe ser divisible por $a$; $(c - b)$ y $a$ deben tener signos opuestos.
**b.** $(c - b)$ no debe ser divisible por $a$; $(c - b)$ y $a$ deben tener igual signo.

**6.** Se encuentra a $29\frac{5}{6}$ bajo el nivel del mar.

### Potencias

**7.** $\frac{3}{2}$

**8. a.** $4^3 : 2^3 : 2^3$
**b.** $\left(\frac{4}{5}\right)^2 : \left(\frac{25}{16}\right)^{-1}$
**c.** $(-6)^2 : (-6)^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-2}$
**d.** $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-4} : 4^4 \cdot (-5{,}23)^0$

**9. a.** $\frac{1}{3\,211\,264}$ **b.** 2 500 **c.** $\frac{46\,656}{15\,625}$

**10. a.** Falsa
$$\frac{2^3}{4^5} \neq 2^{3-5}$$
Contraejemplo: $\frac{8}{1\,024} \neq 256$
$$\frac{1}{128} \neq 256$$
**b.** Verdadera
$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{a^{-n}}{b^{-n}} = a^{-n} \cdot \frac{1}{a^n} \cdot \frac{b^n}{1} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

**11. a.** 8 cm²
**b.** Área $ABCD$ = 42 cm² = 16 cm²

Área $PSRQ = (2\sqrt{2})^2$ cm² = 8 cm² = $16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1$ cm²

Área $WXYZ = 2^2$ cm² = 4 cm² = $16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$ cm²

**c.** Sexto cuadrado: Área = $16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^5$ cm²
**d.** Décimo cuadrado: Área = $16 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^9$ cm²

**12. a.** Disminuye aproximadamente en un 87 %.
**b.** $\left(\frac{3}{5}\right)^p$
**c.** $\left(\frac{1}{2}\right)^6 \cdot 6 = \frac{3}{32}$

**13. a.** $2^9 \cdot \frac{13}{256}$ mn = $2 \cdot 13$ mn = 26 mn
**b.** Es necesario doblarla al menos 8 veces.
**c.** $2^n \cdot \frac{13}{256} = 2^{n-8} \cdot 13, n \in \mathbb{N}$.

**14. a.** El vencedor es Cristian, pues en la 6° jugada, él deja un segmento de 0,78125 cm.
**b.** En la 1° jugada= $\frac{50}{2} = 50 \cdot \frac{1}{2}$

En la 2° jugada= $50 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = 50 \cdot \frac{1}{2^2}$

En la 5° jugada= $50 \cdot \frac{1}{2^5} = 50 \cdot 2^{-5}$