2º medio

Evaluación

Matemática

Semana 4

¡Evaluemos lo aprendido durante estas semanas!

Definición de logaritmo
Pág. 52, ejercicio 3 / Pág. 63, ejercicio 6

Aplicaciones de logaritmos
Pág. 59, ejercicios 4, 5 y 6

Propiedades de los logaritmos
Pág. 56, ejercicios 1 y 2 / Pág. 57, ejercicio 3

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

2do medio

Evaluación semana 4

TEMA: Definición de logaritmo

3. Determina en cada caso el valor de ***a***.

a. $\log_4 (2) = a$

b. $\log_a (8) = 3$

c. $\log_a (2048) = 11$

d. $\log_9 (a) = 4$

e. $\log_5 (0{,}04) = a$

f. $\log_{\frac{1}{81}} (9) = a$

g. $\log_{\frac{1}{64}} (2) = a$

h. $\log_{0{,}2} (a) = -2$

i. $\log_7 (a) = 3$

j. $\log_{1000} (a) = -\frac{1}{3}$

6 Completa la siguiente tabla.

Potencia	Raíz enésima	Logaritmo
		$\log_4 (1024) = 5$
$10^3 = 1000$		
	$\sqrt[3]{512} = 8$	
$5^{-4} = 0{,}0016$		
		$\log_7 (1) = 0$
	$\sqrt[5]{243} = 3$	

TEMA: Aplicaciones de logaritmos

4. La relación entre el área de la superficie corporal ***a*** (m^2) de una persona, su masa ***m*** (kg) y su estatura ***h*** (cm) está dada por la siguiente expresión:
$\log(a) = -2{,}144 + 0{,}425 \log(m) + 0{,}725 \log(h)$.

Usa una calculadora

a. ¿Cuál es el área aproximada del cuerpo de Alex si su masa es de 70 kg y su estatura es 175 cm?

b. Si la masa corporal de Josefa es de 60 kg y su estatura es 1,6 m, ¿cuál es el área de su cuerpo aproximadamente?

c. Determina la estatura aproximada de una persona, si el área de su cuerpo es 2 m^2 y su masa es de 80 kg.

5. Ciencias naturales. El nivel de presión del sonido se puede calcular a partir de la expresión:

$N = 20 \log\left(\dfrac{p}{2 \cdot 10^{-4}}\right)$, donde ***p*** es la presión del sonido en dinas/cm^2.

a. Si $p = 2 \cdot 10^{-4}$ dinas/cm^2, ¿cuál es el nivel de presión sonora?

b. Si $p = 2 \cdot 10^{-3}$ dinas/cm^2, ¿cuál es el nivel de presión sonora?, ¿a cuántos pascales (Pa) equivale?

Usa 0,1 Pa = 1 dina/cm^2

c. Demuestra que el nivel de presión del sonido se puede expresar como
$N = 20\left(\log\left(\dfrac{p}{2}\right) + 4\right)$.

6. Ciencias naturales. La intensidad de la luz que ingresa a un pozo de agua va disminuyendo con la profundidad. Para describir la profundidad a la que se puede percibir un porcentaje ***p*** de luz respecto de la inicial se utiliza la siguiente relación:

$$x = -\frac{\log(p)}{0{,}9}$$

Donde ***x*** se expresa en metros.

a. Analizando la relación, ¿cómo se expresa *p*? Explica.

b. Si un buceador percibe un porcentaje de luz igual al 92 % del que se percibe en la superficie, ¿a qué profundidad se encuentra?

c. ¿A qué profundidades, respectivamente, se perciben porcentajes de 80 %, 70 % y 50 %? Utiliza la calculadora y redondea el valor a dos cifras decimales.

¿Qué aprendí hoy?

1 Verifica si la siguiente igualdad es correcta o no.

$$\log\left(\frac{343}{104}\right) + \log\left(\frac{\sqrt{8}}{49}\right) = \log\left(\sqrt{\frac{1}{338}}\right) + \log(7)$$

2 Aplica las propiedades para reducir la siguiente expresión a un solo logaritmo.

$$-\log(24) + \frac{1}{2}\log(120)$$

Cuaderno página 23

TEMA: Propiedades de los logaritmos

1. Observa cómo se simplifica esta expresión y explica en qué consiste cada paso.

$$\log(121) + 4\log(33) - \log\sqrt[3]{\frac{9}{11}}$$

$= \log(11^2) + 4\log(3 \cdot 11) - \log\left(\frac{3^2}{11}\right)^{\frac{1}{3}}$ __________

____

$= 2\log(11) + 4[\log(3) + \log(11)] - \frac{1}{3}[2\log(3) + \log(11)]$ __________

____

$= 2\log(11) + 4\log(3) + 4\log(11) - \frac{2}{3}\log(3) - \frac{1}{3}\log(11)$ __________

____

$= \frac{17}{3}\log(11) + \frac{10}{3}\log(3)$ __________

____

- ¿Podría simplificarse más?, ¿por qué?

____

- Usando $\log(11) \approx 1{,}04$ y $\log(3) \approx 0{,}48$, ¿cuál es el valor de la expresión?

____

2. Analiza cómo se puede descomponer la expresión $\log\left(\frac{p^2q}{r}\right)$, con $p, q, r, \in \mathbb{R}^+$.

$$\log\left(\frac{p^2q}{r}\right) = \log(p^2q) - \log(r) = \log(p^2) + \log(q) - \log(r)$$
$$= 2\log(p) + \log(q) - \log(r)$$

Descompón las siguientes expresiones, con $a, b, c, \in \mathbb{R}^+$.

a. $\log\left(\frac{a^2b^3}{4}\right) =$

b. $\log\left(\frac{\sqrt{a}}{bc^3}\right) =$

c. $\log\left(\sqrt[4]{a^3b^3c^3}\right) =$

Actividades de proceso

1. Observa cómo se simplifica esta expresión y explica en qué consiste cada paso.

$$\log(121) + 4\log(33) - \log\sqrt[3]{\frac{9}{11}}$$

$= \log(11^2) + 4\log(3 \cdot 11) - \log\left(\frac{3^2}{11}\right)^{\frac{1}{3}}$ ______________________

____

$= 2\log(11) + 4[\log(3) + \log(11)] - \frac{1}{3}[2\log(3) + \log(11)]$ ______________________

____

$= 2\log(11) + 4\log(3) + 4\log(11) - \frac{2}{3}\log(3) - \frac{1}{3}\log(11)$ ______________________

____

$= \frac{17}{3}\log(11) + \frac{10}{3}\log(3)$ ______________________

____

- ¿Podría simplificarse más?, ¿por qué?

____

- Usando $\log(11) \approx 1{,}04$ y $\log(3) \approx 0{,}48$, ¿cuál es el valor de la expresión?

____

2. Analiza cómo se puede descomponer la expresión $\log\left(\frac{p^2q}{r}\right)$, con $p, q, r, \in \mathbb{R}^+$.

$$\log\left(\frac{p^2q}{r}\right) = \log(p^2q) - \log(r) = \log(p^2) + \log(q) - \log(r)$$
$$= 2\log(p) + \log(q) - \log(r)$$

Descompón las siguientes expresiones, con $a, b, c, \in \mathbb{R}^+$.

a. $\log\left(\frac{a^2b^3}{4}\right) =$

b. $\log\left(\frac{\sqrt{a}}{bc^3}\right) =$

c. $\log\left(\sqrt[4]{a^3b^3c^3}\right) =$

TEMA: Operaciones con potencias de exponente fraccionario

3. Analiza cómo se puede componer o reducir la expresión. Considera $p, q \in \mathbb{R}^+$.

$$\begin{aligned}\log(p^2) + 5\log(q) - \log\left(\sqrt[3]{p^2}\right) + \log\left(\frac{1}{q}\right) &= 2\log(p) + 5\log(q) - \frac{2}{3}\log(p) - \log(q)\\ &= \frac{4}{3}\log(p) + 4\log(q)\\ &= \log\left(\sqrt[3]{p^4}\right) + \log(q^4)\\ &= \log\left(\sqrt[3]{p^4}\cdot q^4\right)\end{aligned}$$

Reduce las siguientes expresiones:

a. $\log(900) - \log(18) - \log(9) =$

b. $-\log(24) + \frac{1}{2}\log(120) =$

c. $\log(q^3) + \log(p^2) - \frac{3}{4}(\log(q^2) - 5\log(p)) =$

¿Qué dificultades encontraste?, ¿cómo las superaste?

En resumen

En las operaciones con logaritmos se verifican las siguientes propiedades, con $a > 0$ y $a \neq 1$:

- Logaritmo de la base:

$$\log_a(a) = 1$$

- Logaritmo de la unidad:

$$\log_a(1) = 0$$

- Logaritmo de una potencia:

$$\log_a(x^y) = y \cdot \log_a(x), \text{ con } x > 0, y \in \mathbb{R}$$

- Logaritmo de un producto:

$$\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y), \text{ con } x > 0, y > 0$$

- Logaritmo de un cociente:

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y), \text{ con } x > 0, y > 0$$