

2°
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 29

Matemática



Inicio

El propósito de esta clase es resolver ecuaciones lineales, evaluarlas, desarrollar productos notables y factorizar expresiones algebraicas.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



¿Qué son las ecuaciones?

Una ecuación es una igualdad algebraica en la cual intervienen cantidades conocidas o datos y cantidades desconocidas o incógnitas cuyo valor debe determinarse. Esta igualdad se satisface solo para determinados valores de la incógnita transformándola en una identidad. Por eso puede decirse que la ecuación es una igualdad condicionada que se satisface para determinados valores de la incógnita. El grado de la ecuación viene dado por el exponente mayor de la incógnita. Resolver una ecuación es determinar el valor o valores de la incógnita que transformen la ecuación en identidad.



✓ Plantear y resolver una ecuación significa expresar en lenguaje algebraico un problema verbal mediante una ecuación y luego resolver.

Ejemplo 1: Un trayecto tiene una parte asfaltada y otra sin pavimentar. Tamara recorrió el camino asfaltado y 4,8 km del tramo no pavimentado. Nicolás recorrió el tramo asfaltado más 1,2 km sin pavimentar, pero lo recorrió dos veces. Si ambos realizaron la misma distancia, ¿cuántos kilómetros hay de camino asfaltado?

1. Planteamos la ecuación en la que x representa los kilómetros de camino asfaltado

$$\text{Recorrido de Tamara} = x + 4,8$$

$$\text{Recorrido de Nicolás} = 2 \cdot (x + 1,2)$$

Sabemos que ambos realizaron la misma distancia:

$$\text{Recorrido de Tamara} = \text{Recorrido de Nicolás}$$

$$x + 4,8 = 2 \cdot (x + 1,2)$$

2. Resolvemos la ecuación:

$$x + 4,8 = 2 \cdot (x + 1,2)$$

$$x + 4,8 = 2x + 2,4$$

$$4,8 - 2,4 = 2x - x$$

$$2,4 = x$$

Luego hay 2,4 km de camino asfaltado.



Recordemos lo siguiente:

✓ Evaluar una ecuación significa calcular la ecuación de un determinado valor en la incógnita.

Ejemplo 2: Evaluar las siguientes expresiones según el valor dado:

$$\bullet \quad x - 2x^2, \quad \text{si } x = 3$$

$$3 - 2 \cdot (3)^2 = 3 - 2 \cdot 9 = 3 - 18 = -15$$

$$\bullet \quad \frac{(x - 6)}{(1 - x)^2} \quad \text{si } x = -1$$

$$\frac{(-1 - 6)}{(1 - -1)^2} = \frac{-7}{(2)^2} = \frac{-7}{4}$$



Actividad 1

Realiza las actividades 1, 2 y 3 de la sección “*Qué debo saber*” del texto del estudiante de la **página 94**.



Recordemos los **productos notables**:

✓ Un **producto notable** es una multiplicación entre expresiones algebraicas, sin embargo, estas multiplicaciones presentan una estructura de resultado más regular que otras multiplicaciones de expresiones algebraicas. Dada esta regularidad especial pueden describirse algoritmos que nos permiten aligerar su cálculo. Como son especiales tienen nombres especiales y en resumen las más utilizadas son:

Suma por su diferencia	$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
Binomio al cuadrado	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Binomio con un término en común	$(x + p)(x + q) = x^2 + (p + q)x + pq$
Binomio al cubo	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2 b + 3ab^2 + b^3$ $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2 b + 3ab^2 - b^3$



Actividad 2

Identifica cada expresión con un producto notable y multiplica según corresponda.

	Nombre	Multiplicación
1. $(x - 6)(x - 10)$	_____	_____
2. $(b - 3x)^2$	_____	_____
3. $(a - 2x)(a + 2x)$	_____	_____
4. $(a - 3)^3$	_____	_____
5. $(\frac{2}{3}x + 2y)(\frac{2}{3}x - 2y)$	_____	_____
6. $(x - 1)(x - 7)$	_____	_____



Otro procedimiento importante es la **factorización**.

- ✓ **Factorizar** una expresión algebraica consiste en transformar suma o resta de términos en una multiplicación.
- ✓ Existen diferentes tipos de factorización donde cada término de la expresión algebraica debe cumplir algunas características en común, podrá ser en relación a sus coeficientes, o en relación a alguna letra o ambos. Así por ejemplo en el siguiente trinomio: $2x + 2y - 2z$ tienen en común el factor 2, entonces:

$$2x + 2y - 2z = 2 \cdot (x + y - z)$$

- ✓ El proceso está completo si al interior del paréntesis no es posible seguir factorizando



Veamos unos casos especiales de factorización:

Diferencia de cuadrados	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
Trinomio cuadrado perfecto	$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
Trinomio con un término en común	$x^2 + (p + q)x + pq = (x + p)(x + q)$

Ejemplo 1: Factoricemos $9p^2 - 16q^4$

$9p^2$ es cuadrado de $3p$ y $16q^4$ es el cuadrado de $4q^2$. Entonces:

$$9p^2 - 16q^4 = (3p + 4q^2)(3p - 4q^2)$$

Ejemplo 2: Factoricemos $4x^2 + 12x + 9$

Notamos que el primer término $4x^2$ y el último 9 son cuadrados perfectos de $2x$ y 3 respectivamente, y además el término central $12x$ corresponde al doble del producto de $2x$ y 3, entonces la expresión es un cuadrado de binomio. Entonces:

$$4x^2 + \underline{12x} + 9 = (2x + 3)^2$$

Ejemplo 3: Factoricemos $x^2 + 21x - 100$

Notamos que el primer término x^2 y el último 100 son cuadrados perfectos de x y 10 respectivamente, pero el término central $21x$ no corresponde al doble del producto de x y 10 ($20x$); en este caso, el trinomio puede ser trinomio con un término en común que sería x , buscamos dos números que sumados den $+21$ y su producto sea -100 . Los números son: 25 y -4 , entonces:

$$x^2 + 21x - 100 = (x + 25)(x - 4)$$



Actividad 3

1. Realiza las actividades 4, 5 y 6 de la sección “*Qué debo saber*” del texto del estudiante de la **página 95**.
2. Realiza las actividades del cuaderno de ejercicios del estudiante de la **página 44**.

Cierre



Evaluación

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1 Si $p + 2 = 6 - 2$, entonces el valor de $p^2 - 1^2$ es:

- a) 1
- b) 3
- c) 35
- d) 99

2 La expresión equivalente a $(2x - 3y)^2 - 12xy$ es:

- a) $4x^2 - 24xy + 9y^2$
- b) $4x^2 - 12xy + 6y^2$
- c) $4x^2 - 12xy + 9y^2$
- d) $4x^2 + 24xy + 6y^2$

3 La factorización de la expresión $m^2 + 19m + 48$ es:

- a) $(m - 6)(m + 3)$
- b) $(m - 3)(m - 12)$
- c) $(m - 2)(m + 24)$
- d) $(m + 16)(m + 3)$

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

2°
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

2

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Ecuaciones cuadráticas

Exploro

¿Qué sabes de las ecuaciones cuadráticas? Escribe dos ideas.

¿Cómo se resuelve una ecuación?, ¿puede tener más de una solución?

Aprenderé a:

Resolver ecuaciones cuadráticas de la forma:

→ $ax^2 = b$

→ $(ax + b)^2 = c$

→ $ax^2 + bx = 0$

→ $ax^2 + bx = c$

(a , b , c son números reales, $a \neq 0$)

Necesito recordar...

- Ecuaciones lineales
- Expresiones algebraicas
- Factorización

¿Qué debo saber?

1. Resuelve las siguientes ecuaciones lineales.

a. $5 + x = 6$

b. $12 - x = 20$

c. $18 - x = 2x - 5$

d. $3x + 2 = 10$

e. $20 - 5x + 2x = 15$

f. $12 - 7x = 9x + 1$

g. $20x - 4 = 6 - 18x$

h. $14 + 5 - 3x + 2x = 6x$

2. Resuelve los siguientes problemas usando ecuaciones lineales.

a. El triple de un número aumentado en 13 es igual al doble de la suma entre 3 y el doble del mismo número. ¿Cuál es la mitad del número?

b. La suma de tres números consecutivos es 54. ¿Cuál es el valor de cada número?

c. Ramón y Sergio confeccionaron 320 bolsos para una feria de Navidad. Si Ramón confeccionó 60 bolsos más que Sergio, ¿cuántos confeccionó Sergio?

3. Calcula el valor de las expresiones considerando los valores dados.

a. $3x - 1$ si $x = -2$

b. $-7x + 10$ si $x = -3$

c. $5 - 2x - x^2$ si $x = -4$

d. $(x - 10)(x - 4)$ si $x = -5$

e. $9 - x^2$ si $x = 3$

f. $(5x - 2)^2$ si $x = -6$

4. Multiplica según corresponda. Luego, escribe el nombre del producto notable.

- | | | |
|-----------------------------|-------------------------------|--|
| a. $(x - 5) \cdot (x - 7)$ | e. $(4x + 11) \cdot (4x - 2)$ | i. $(3x - 3) \cdot (3x + 3)$ |
| b. $(x + 10) \cdot (x - 6)$ | f. $(x - 5) \cdot (x - 1)$ | j. $\left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)$ |
| c. $(x - 6) \cdot (x - 6)$ | g. $(x + 12) \cdot (x - 12)$ | k. $\left(x - \frac{3}{4}\right) \cdot (x - 3)$ |
| d. $(x - 11) \cdot (x + 1)$ | h. $(2x - 5) \cdot (2x - 5)$ | l. $(5x + 3) \cdot (5x - 4)$ |

5. Une con una línea las expresiones de la columna A con el nombre que le corresponda de la columna B.

Columna A

Columna B

- a. $(x + 4) \cdot (x + 4)$
- b. $(x - 3) \cdot (x + 6)$
- c. $(x + 5)^2$
- d. $(x + 7) \cdot (x - 7)$
- e. $(x - 10) \cdot (x + 10)$
- f. $(x - 1)^2$
- g. $(x - 1) \cdot (x - 8)$

Suma por su diferencia

Cuadrado de binomio

Binomio con término común

6. Factoriza las expresiones algebraicas.

- | | |
|--------------------|---------------------|
| a. $x^2 - 49$ | g. $x^2 - 7x + 10$ |
| b. $9x^2 - 1$ | h. $x^2 + 6x - 160$ |
| c. $x^2 - 2x + 1$ | i. $x^2 - 11x + 30$ |
| d. $4x^2 - 4x + 1$ | j. $3x^2 - 7x + 2$ |
| e. $4x^2 - 2x - 2$ | k. $6x^2 + 5x + 1$ |
| f. $x^2 - 3x + 2$ | l. $9x^2 - 9x + 2$ |

Me evalúo Evalúa tu trabajo marcando el nivel de desempeño.

Indicador			
Resolví ecuaciones lineales y las apliqué a problemas de la vida cotidiana.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Valorice expresiones algebraicas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Desarrollé y factoricé expresiones algebraicas, reconociendo los productos notables.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Elegí o elaboré representaciones de acuerdo a las necesidades de la actividad, identificando sus limitaciones y validez de estas.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Demostré curiosidad e interés por resolver desafíos matemáticos, con confianza en mis capacidades, incluso cuando no conseguí un resultado inmediato.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Cuaderno
página 44

Ecuaciones cuadráticas

Repasa algunos contenidos que utilizarás durante esta lección.

1 Resuelve los siguientes productos notables.

a. $(a + b)^2 =$ _____

b. $(a - b)(a + b) =$ _____

c. $(x - 8)(x + 3) =$ _____

d. $(2y + 7)(2y - 6) =$ _____

e. $(5x - 4y)^2 =$ _____

f. $(x + 2)(x + 3) =$ _____

g. $\left(q - \frac{1}{2}p\right)\left(q + \frac{1}{2}p\right) =$ _____

h. $\left(y - \frac{1}{4}\right)\left(y + \frac{1}{2}\right) =$ _____

i. $\left(\frac{1}{2}x + 5\right)^2 =$ _____

j. $\left(y + \frac{2}{5}\right)\left(y - \frac{2}{5}\right) =$ _____

2 Factoriza las siguientes expresiones algebraicas.

a. $6am + 18ac =$ _____

b. $16p^2 - 144q^2 =$ _____

c. $a(b + c) + p(c + b) =$ _____

d. $2ax + 2ay + 3bx + 3by =$ _____

e. $x^2 - 36y^4 =$ _____

f. $4x^2 + 20xb + 25b^2 =$ _____

g. $x^2 - 11x - 26 =$ _____

h. $x^2 + 28x + 95 =$ _____

i. $x^2 - 6xy + 5y^2 =$ _____

3 Completa el término que falta en cada expresión para que corresponda a un cuadrado de binomio y factoriza.

a. $25a^2 - 30ab +$ _____ $=$ _____

b. $4x^2 + 4x +$ _____ $=$ _____

c. _____ $- \frac{1}{5}xy + \frac{4}{25}y^2 =$ _____

d. _____ $+ 90abd^2 + 81d^4 =$ _____

e. $\frac{1}{25}x^2 + \frac{9}{5}x +$ _____ $=$ _____

f. $\frac{4}{9}y^2 - 4y +$ _____ $=$ _____

g. _____ $+ 27z + 8 =$ _____

Para poder factorizar es útil recordar los patrones de los productos notables.

En una primera instancia deberás resolver ecuaciones cuadráticas factorizando. ¿Recuerdas cómo factorizar?

Para poder deducir una fórmula general de las soluciones de una ecuación cuadrática, deberás recordar cómo completar el cuadrado de binomio.