

1º
medio

Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo
con el texto escolar

Clase 23

Matemática



Inicio

En esta clase conoceremos y aplicaremos el producto notable denominado **cubo de binomio**.

Para resolver esta guía necesitarás tu libro y tu cuaderno de matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

Desarrollo



Para cumplir con el objetivo de esta clase, trabajaremos desde las **páginas 75 a la 77** de tu texto de estudio, resolviendo los ejercicios que ahí aparece.



Ahora analizaremos el cuadro de conceptos de la **página 75** de tu texto de estudio:

Conceptos

El **cubo de un binomio** corresponde a la multiplicación de un binomio por sí mismo tres veces, y se representa como: $(a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)^3$. Se tienen los siguientes casos:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Ejemplo 3

¿Qué expresión resulta al resolver $(4x - 5)^3$?

1 $(4x)^3 - 3 \cdot (4x)^2 \cdot 5 + 3 \cdot (4x) \cdot 5^2 - 5^3 \rightarrow$ Utilizas el desarrollo del cubo de un binomio.

2 $64x^3 - 3 \cdot 16x^2 \cdot 5 + 3 \cdot 4x \cdot 25 - 125 \rightarrow$ Calculas el valor de las potencias.

3 $64x^3 - 240x^2 + 300x - 125 \rightarrow$ Calculas los productos.

Respuesta: La expresión que resulta es: $64x^3 - 240x^2 + 300x - 125$.

En la explicación anterior, al igual que en la clase anterior, podrás observar que ya no es necesario realizar una multiplicación de polinomios como lo resolvíamos antes, ahora usaremos el producto notable **cubo de binomio** en forma directa.



Para comenzar a utilizar el cubo de binomio, tomemos como ejemplo el **ejercicio c** del **ítem 2** de la **página 76**.

Resolvamos: $(3x + 2y^2)^3$

Analicemos el cubo de binomio:

- ✓ El 1º término es $3x$
- ✓ El 2º término es $2y^2$

Debes considerar **los signos** de cada uno de los términos al momento de aplicar un **producto notable**.

Entonces, tenemos:

- Cubo del primer término: $(3x)^3 = 27x^3$

- El triple del producto entre el cuadrado del primer término con el segundo término:

$$3 \cdot (3x)^2 \cdot (2y^2)^2 = 3 \cdot 9x^2 \cdot 4y^4 = 108x^2 y^4$$

- El triple del producto entre el primer término con el cuadrado del segundo término:

$$3 \cdot 3x \cdot (2y^2)^2 = 3 \cdot 3x \cdot 4y^4 = 36xy^4$$

- Cubo del segundo término: $(2y^2)^3 = 8y^6$

Juntamos los resultados obtenidos:

$$(3x + 2y^2)^3 = 27x^3 + 108x^2 y^4 + 36xy^4 + 8y^6$$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio**, **página 290**.

**Actividad 1:**Resuelve el **ejercicio d del ítem 2** de la **página 76**.Para resolver la siguiente actividad tomaremos como ejemplo el **ejercicio d del ítem 3** de la **página 76**.

$$d. (5x^2 - 2y)^3 = 125x^6 - \boxed{} + 60x^2y^6 + \boxed{}$$

Para poder completar cada uno de los recuadros, analicemos el cubo de binomio que se presenta, tal como lo hicimos en la clase anterior con el cuadrado de binomio.

Analicemos el primer recuadro:

$$d. (5x^2 - 2y)^3 = 125x^6 - \boxed{} + 60x^2y^6 + \boxed{}$$

El primer recuadro corresponde al triple del producto entre el cuadrado del primer término con el segundo término.

Entonces debemos identificar los términos que forman el cubo de binomio:

- ✓ El 1º término es: $5x^2$
- ✓ El 2º término es: $(-2y^3)$

Ahora podemos determinar el triple del producto entre el cuadrado del primer término con el segundo término:

$$3 \cdot (5x^2)^2 \cdot (-2y^3) = 3 \cdot 25x^4 \cdot -2y^3 = -150x^4y^3$$

Si observamos, en el primer recuadro ya está el signo negativo fuera de él, por lo que solo reemplazaremos $150x^4y^3$

$$d. (5x^2 - 2y)^3 = 125x^6 - \boxed{150x^4y^3} + 60x^2y^6 + \boxed{}$$

Ahora veamos el segundo recuadro:

El segundo recuadro corresponde al cubo del segundo término:

$$(-2y^3)^3 = -8y^9$$

Finalmente, se obtiene que:

$$d. (5x^2 - 2y)^3 = 125x^6 - 150x^4y^3 + 60x^2y^6 - 8y^9$$

Puedes comprobar este resultado en el **solucionario de tu texto de estudio**, página 290.



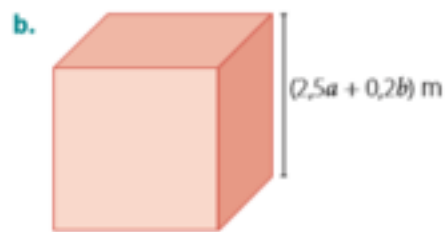
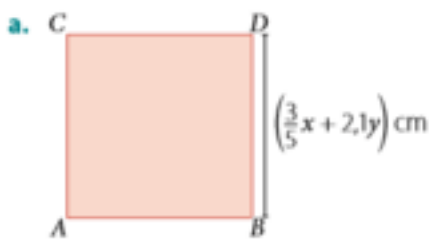
Actividad 2:

Ahora puedes resolver el **ejercicio c** del **ítem 3**.



Observa la representación que se encuentra en la **página 77** en el **ítem 6**.

6. **Geometría** Calcula el área del cuadrado y el volumen del cubo.



Para resolver este ítem debemos recordar cómo se determina el área de un cuadrado y el volumen de un cubo:

- **Área de un cuadrado:**

Lado al cuadrado o elevado a dos, en este caso es: $(\frac{3}{5}x + 2,1y)^2$

- **Volumen de un cubo:**

Arista de un cubo elevado a tres, en este caso: $(2,5a + 0,2b)^3$



Actividad 3:

Utilizando la información anterior, resuelve el **ítem 6** de la **página 77** de tu texto de estudio.

Recuerda siempre ir verificando tus respuestas en el **solucionario de tu texto de estudio**, página 290.

**Evaluación**

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

¿Cuál de las siguientes expresiones es igual a $(x - 2y)^3$?

A. $x^2 - 4xy + 4y^2$

B. $x^2 + 4xy + 4y^2$

C. $x^3 - 6x^2y + 12xy^2 - 8y^3$

D. $x^3 - 12xy^2 - 6x^2y - 8y^3$

2

¿Cuál de los siguientes cubos de binomio se asocia a la expresión $x^3 + 9x^2 + 27x + 27$?

A. $(x - 3)^3$

B. $(x + 3)^3$

C. $(3 - x)^2$

D. $(3 + x)^2$

3

¿Cuál es el valor que debe ir en el recuadro de la expresión $a^3 + \square a^2b + 12ab^2 + 8b^3$, considerando que ésta se asocia a un cubo de binomio?

A. 2

B. 4

C. 6

D. 12

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.

1º
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Ejemplo 2

En la siguiente igualdad, ¿qué número debe ir en cada recuadro?

$$(5x + 2y)^2 = 25x^2 + \boxed{} + \boxed{}$$

1 En el lado izquierdo de la igualdad el primer término es $5x$ y el segundo término, $2y$.

PASO A PASO

2 El número que debe ir en el primer recuadro será: "el doble del producto del primer por el segundo término", es decir, $2 \cdot 5x \cdot 2y = 20xy$. El número que debe ir en el segundo recuadro será: "el cuadrado del segundo término", es decir, $(2y)^2 = 4y^2$.

3 Finalmente, se obtiene que: $(5x + 2y)^2 = 25x^2 + \boxed{20xy} + \boxed{4y^2}$

Conceptos

El **cubo de un binomio** corresponde a la multiplicación de un binomio por sí mismo tres veces, y se representa como: $(a + b)(a + b)(a + b) = (a + b)^3$. Se tienen los siguientes casos:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Ejemplo 3

¿Qué expresión resulta al resolver $(4x - 5)^3$?

1 $(4x)^3 - 3 \cdot (4x)^2 \cdot 5 + 3 \cdot (4x) \cdot 5^2 - 5^3 \dots \rightarrow$ Utilizas el desarrollo del cubo de un binomio.

2 $64x^3 - 3 \cdot 16x^2 \cdot 5 + 3 \cdot 4x \cdot 25 - 125 \dots \rightarrow$ Calculas el valor de las potencias.

PASO A PASO

3 $64x^3 - 240x^2 + 300x - 125 \dots \rightarrow$ Calculas los productos.

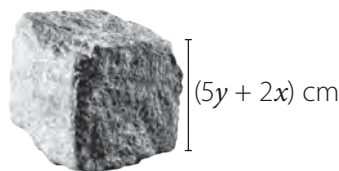
Respuesta: La expresión que resulta es: $64x^3 - 240x^2 + 300x - 125$.

Ejemplo 4

Si la roca tiene forma de cubo, ¿cuál es su volumen?

1 La arista mide $(5y + 2x)$ cm.

2 El volumen se calcula con la expresión $(5y + 2x)^3$ cm³.



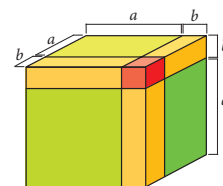
PASO A PASO

3 $(5y + 2x)^3$ cm³ = $(125y^3 + 150y^2x + 60yx^2 + 8x^3)$ cm³.

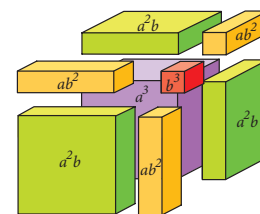
Respuesta: El volumen es $(125y^3 + 150y^2x + 60yx^2 + 8x^3)$ cm³.

Atención

Puedes representar gráficamente un producto notable a partir de un cubo de arista $(a + b)$.



Al descomponerlo en cubos y prismas más pequeños, se obtienen los siguientes cuerpos con sus respectivos volúmenes:



Al sumar los volúmenes de cada cuerpo se obtiene el volumen del cubo original.

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$$

⦿ ¿Cómo calcularías el resultado de $(a + b)^4$? Explica.

Ejercicios

Resuelve en tu cuaderno las siguientes actividades de los contenidos y procedimientos que has estudiado.

1. Completa cada tabla y luego responde.

a.

a	b	$(a + b)^2$	$a^2 + b^2$	$a^2 + 2ab + b^2$	$(a - b)^2$	$a^2 - b^2$	$a^2 - 2ab + b^2$
3	2						
1	0						

⊙ ¿La expresión $(a + b)^2$ es siempre igual a la expresión $a^2 + b^2$, y la expresión $(a - b)^2$ es siempre igual a la expresión $a^2 - b^2$? Explica.

b.

x	y	$(x + y)^3$	$x^3 + y^3$	$(x - y)^3$	$x^3 - y^3$
2	-4				
1	0				

⊙ ¿La expresión $(x + y)^3$ es siempre igual a la expresión $x^3 + y^3$, y la expresión $(x - y)^3$ es siempre igual a la expresión $x^3 - y^3$? Explica.

2. Calcula el cuadrado o cubo de un binomio.

a. $(4 + 1)^2$ b. $(2 - y)^2$ c. $(3x + 2y)^3$ d. $(4z^2 - 5w)^3$

3. Completa cada recuadro.

a. $(\square + 3)^2 = a^2 + 6a + \square$ c. $(2a + \square)^3 = 8a^3 + \square + 54ab^2 + 27b^3$
 b. $(3a^2 - 2b)^2 = \square - 12a^2b + \square$ d. $(5x^2 - 2y^3)^3 = 125x^6 - \square + 60x^2y^6 + \square$

4. Analiza la siguiente información y luego utilízala en cada trinomio.

La **completación de cuadrado** es una técnica que permite representar un trinomio como una expresión que contenga un cuadrado de binomio. En el trinomio de la forma $x^2 + bx + c$, realizas lo siguiente:

$$x^2 - bx + c \rightarrow x^2 - bx + \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$$

$$x^2 - bx + c \rightarrow \left(x - \frac{b}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 + c$$



Consideras el valor de b y lo divides por 2, y esta expresión la elevas al cuadrado, luego la sumas y restas a la expresión original.

Por ejemplo:

$$x^2 - 6x + 15 \rightarrow x^2 - 6x + \left(\frac{6}{2}\right)^2 - \left(\frac{6}{2}\right)^2 + 15$$



Cuadrado de binomio

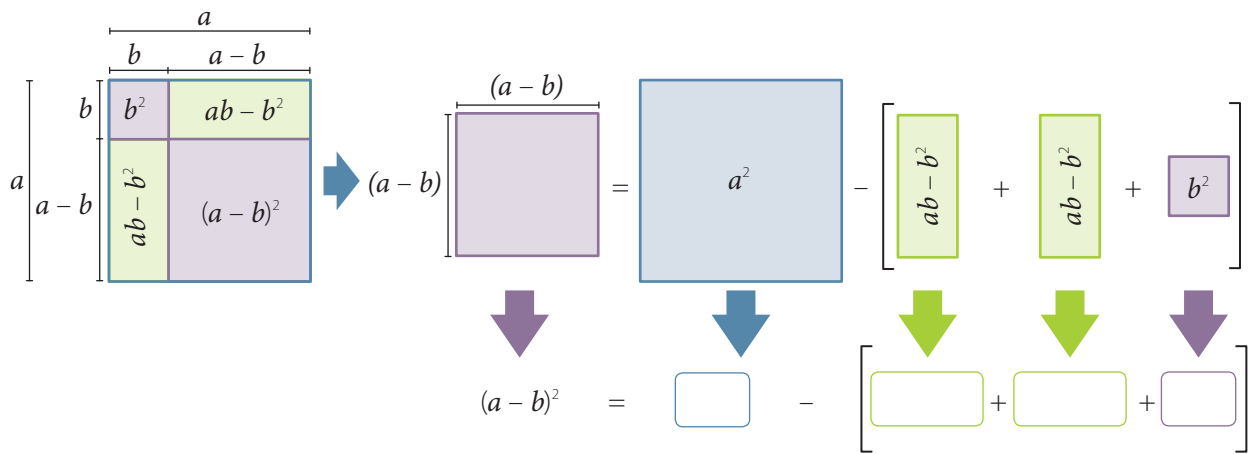
$$\boxed{x^2 - 6x + 3^2} - 3^2 + 15 \rightarrow \boxed{(x - 3)^2} + 6$$

Por lo tanto, $x^2 - 6x + 15 = (x - 3)^2 + 6$.

a. $x^2 - 10x + 32$ b. $y^2 - 14y - 1$ c. $z^2 + 2z + 2$ d. $w^2 - w - 5$

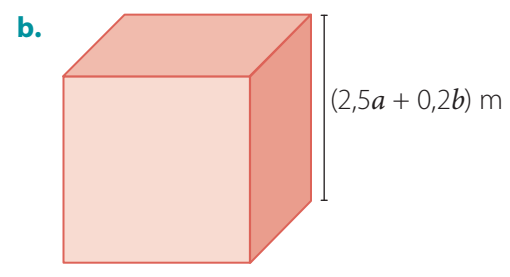
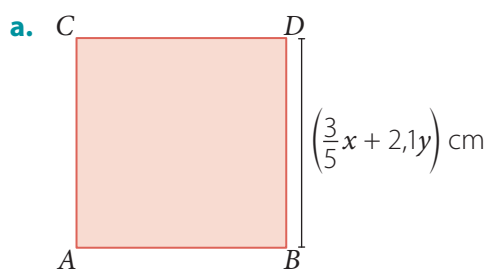
5. Completa la siguiente representación geométrica.

El área del cuadrado de lado $(a - b)$ se obtiene a partir de lo siguiente:



Por lo tanto, el área del cuadrado de lado $(a - b)$ es:

6. **Geometría** Calcula el área del cuadrado y el volumen del cubo.



7. **Economía** El capital C a un porcentaje x en 2 años se convierte en $C(1 + x)^2$.

- a. Desarrolla el binomio $(1 + x)^2$ y calcula el producto de $C(1 + x)^2$.
- b. Si el capital es de \$10 000 000 y el porcentaje es 21 % anual, ¿cuánto capital se obtiene luego de 2 años?

8. Resuelve los siguientes problemas.

- a. Calcula el valor de $a + b$, teniendo en cuenta que $a^2 + b^2 = 58$ y $a \cdot b = 21$.
- b. Julio afirma que el resultado de $(a + b + c)^2$ es igual a $a^2 + b^2 + c^2$, mientras que Josefa afirma que $(a + b + c)^2$ es $a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$. ¿Quién está en lo correcto? Explica.



Reflexiona sobre tu trabajo

- ¿Qué actividades consideraste un desafío de resolver? Explica.

- Explica con tus palabras lo que entiendes por cuadrado y cubo de un binomio.
