

**3°**  
medio

# Aprendo en línea

Orientaciones para el trabajo  
con el texto escolar

**Clase 24**

**Matemática**



## Inicio

En esta clase recordaremos cómo comparar conjuntos de datos, calcular la probabilidad condicional y la probabilidad total a través de las medidas de dispersión (rango, desviación media, varianza, desviación estándar y coeficiente de variación), las probabilidades de un suceso, las tablas de contingencia y los diagramas de árbol.

Para resolver esta guía necesitarás el libro y tu cuaderno de Matemática. Realiza todas las actividades que te proponemos en tu cuaderno, agregando como título el número de la clase que estás desarrollando.

## Desarrollo



**Rango, Desviación Media, Varianza, Desviación Estándar, coeficiente de variación** → Recuerda algunos conceptos, vistos en el texto del estudiante, escríbelos en tu cuaderno con las ideas que recuerdes, puede revisar las clases de estos contenidos de ser necesario.

Rango	$R = X_{m\acute{a}x} - X_{m\acute{i}n}$
Desviación media	<p>Para datos no agrupados se tiene:</p> $D_{\bar{x}} = \frac{ x_1 - \bar{x}  +  x_2 - \bar{x}  +  x_3 - \bar{x}  + \dots +  x_n - \bar{x} }{n}$ <p>Para datos agrupados se tiene:</p> $D_{\bar{x}} = \frac{ x_{mci} - \bar{x}  \cdot f_1 +  x_{mci} - \bar{x}  \cdot f_2 +  x_{mci} - \bar{x}  \cdot f_3 + \dots +  x_{mci} - \bar{x}  \cdot f_n}{n}$ <p>Donde <math>x_{mci}</math> es la marca de clase del intervalo <math>i</math>, <math>\bar{x}</math> es la media aritmética de la variable, <math>f_i</math> es la frecuencia absoluta del intervalo <math>i</math> y <math>n</math> es el número total de datos.</p>

<b>Varianza</b>	<p>Para datos no agrupados se tiene:</p> $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$ <p>Para datos agrupados se tiene:</p> $\sigma^2 = \frac{(x_{mci} - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_{mc2} - \bar{x})^2 \cdot f_2 + (x_{mc3} - \bar{x})^2 \cdot f_3 + \dots + (x_{mci} - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n}$ <p>Donde <math>x_{mci}</math> es la marca de clase del intervalo <math>i</math>, <math>\bar{x}</math> es la media aritmética de la variable, <math>f_i</math> es la frecuencia absoluta del intervalo <math>i</math> y <math>n</math> es el número total de datos.</p>
<b>Desviación estándar</b>	<p>La <b>desviación estándar</b> (<math>\sigma</math>) se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza. Se expresa en la misma unidad que la variable, por lo que nos puede dar una idea más cercana de lo disperso que es el conjunto.</p>
<b>Coefficiente de Variación</b>	$CV = \frac{\sigma}{ \bar{x} }$



### Actividad 1

I. Resuelve el ejercicio 4 del texto del estudiante, de la **página 18**.

4. Aplica las medidas de dispersión en la siguiente situación y responde.

Lisset desea comprobar la efectividad de un fertilizante para plantas. Para ello, cultivó 2 maceteros con 20 plantas cada uno. Luego de 2 semanas, los tamaños (en centímetros) de las plantas eran los siguientes:

Sin fertilizante	Con fertilizante
11 - 10 - 15 - 12 - 13 -	15 - 12 - 15 - 14 - 14 -
12 - 13 - 10 - 11 - 14 -	13 - 14 - 11 - 11 - 15 -
13 - 11 - 14 - 12 - 15 -	13 - 12 - 13 - 13 - 15 -
10 - 12 - 14 - 13 - 12	11 - 13 - 16 - 14 - 12



- ¿Hace crecer más las plantas el fertilizante? Justifica tu respuesta.
- Si el fertilizante mantiene el promedio de los tamaños pero disminuye la dispersión, ¿podría decirse que es efectivo?
- Si desea que el tamaño de sus plantas sea homogéneo, ¿debe agregar fertilizante en sus plantas? Argumenta.

II. Realiza las actividades “Antes de continuar” del cuaderno de actividades (tomo 1) de la **página 8**.

## Antes de continuar

## Evaluación intermedia

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. La siguiente tabla muestra el tiempo que se demora un estudiante en resolver distintos ensayos PSU de 40 preguntas.

Corrección de formularios en un mes	
Tiempo (minutos)	Frecuencia
[40, 45[	7
[45, 50[	10
[50, 55[	13
[55, 60[	18
[60, 65[	0
[65, 70]	21

- a. ¿Cuál es el tiempo promedio que se demora el estudiante en resolver los ensayos?

- b. Calcula la varianza y la desviación estándar.

- c. Si el promedio de los tiempos es superior a 55 minutos y la desviación estándar es superior a 45 minutos, el estudiante deberá realizar cambios en la forma de estudio. ¿Deberá realizar cambios para optimizar sus tiempos de estudio? Fundamenta.

2. A continuación, se presentan las notas que obtuvieron dos cursos en una prueba de Matemática. Dichas notas son determinantes para elegir al curso con mejor rendimiento para representar al colegio en las próximas olimpiadas matemáticas.

### 3° medio A

3,2 - 4,5 - 6,3 - 7,0 - 3,5 - 6,4  
6,8 - 5,1 - 4,4 - 3,9 - 4,0 - 5,2  
5,8 - 7,0 - 6,1 - 6,6 - 4,3 - 5,9

### 3° medio B

6,0 - 6,5 - 6,7 - 7,0 - 4,3 - 3,9  
5,4 - 5,6 - 6,8 - 6,6 - 6,2 - 5,5  
3,2 - 4,5 - 3,5 - 5,2 - 4,9 - 5,2

El profesor de la asignatura escogió al 3° A para representar al colegio en las próximas olimpiadas.

- a. Aplica las medidas de dispersión que consideres convenientes para comparar el rendimiento en la prueba de ambos cursos. Utiliza una hoja de cálculo para realizar los cálculos.

- b. ¿Fue correcta la decisión del profesor? Argumenta tu respuesta.

---

---



**Probabilidad condicionada, Probabilidad total** → Recuerda algunos conceptos, vistos en el texto del estudiante, escríbelos en tu cuaderno con las ideas que recuerdes, puede revisar las clases de estos contenidos de ser necesario.

La probabilidad condicionada  $P(B/A)$  es la probabilidad de que ocurra un suceso  $B$  dado que ocurrió otro  $A$  y se calcula con la siguiente expresión:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \text{ con } P(A) \neq 0$$

Dos sucesos  $A$  y  $B$  son independientes, si la realización de  $A$  no condiciona la realización de  $B$ , es decir,  $P(B/A) = P(B)$ . Entonces,  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$ .

Dos sucesos  $A$  y  $B$  son dependientes si la realización de  $A$  condiciona la realización de  $B$ , es decir,  $P(B/A) \neq P(B)$ . Entonces,  $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B/A)$ .

El teorema de la probabilidad total nos permite calcular la probabilidad de un suceso a partir de probabilidades condicionadas.

Sea  $A_1, A_2, \dots, A_n$  un sistema completo de sucesos (una partición del espacio muestral) tal que la probabilidad de cada uno de ellos es distinta de cero, y sea  $B$  un suceso cualquiera para el que se conocen las probabilidades de  $P(B/A_i)$ , entonces la probabilidad del suceso  $B$  viene dada por la siguiente expresión:

$$P(B) = P(A_1) \cdot P(B/A_1) + P(A_2) \cdot P(B/A_2) + \dots + P(A_n) \cdot P(B/A_n)$$



### Actividad 2

De tu cuaderno de actividades (tomo 1) resuelve la actividad “Antes de continuar” de la página 13.

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. Evalúa si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.

a. \_\_\_\_\_ Si  $A$  y  $B$  son sucesos y  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B) = \frac{2}{3}$  y  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ , entonces  $P(A/B) = \frac{1}{2}$ .

\_\_\_\_\_

b. \_\_\_\_\_ Si se escoge al azar un número entre 30 y 50 inclusive, la probabilidad de que sea impar dado que es mayor que 40 es  $\frac{5}{21}$ .

\_\_\_\_\_

c. \_\_\_\_\_ Siempre se cumple que  $P(A/B)$  es equivalente a  $P(B/A)$ , con  $A$  y  $B$  sucesos.

\_\_\_\_\_

d. \_\_\_\_\_ Si  $A$  y  $B$  son sucesos, para calcular  $P(A/B)$  solo se necesita conocer  $P(A)$  y  $P(B)$ .

\_\_\_\_\_

2. La siguiente tabla de contingencia muestra el número de personas que padecen o no bronquitis, según sean o no fumadores:

	Fumadores	No fumadores
Con bronquitis	120	15
Sanos	42	65

Si se elige una persona al azar, responde:

a. ¿Cuál es la probabilidad de que padezca bronquitis?, ¿y cuál es la probabilidad de que esté sana?

b. ¿Cuál es la probabilidad de que esté sana dado que es fumador?, ¿cuál es la probabilidad que esté enferma dado que es fumador?

c. ¿Cuál es la probabilidad de estar sano dado que no es fumador?, ¿cuál es la probabilidad que esté sana dado que no es fumador?

## Cierre



### Evaluación de la clase

Responde las siguientes preguntas, encerrando en un círculo la letra de la alternativa correcta.

1

Observa la siguiente tabla:

$x_i$	Frecuencia	Frecuencia acumulada	$ x_i - \bar{X} $
0	4	4	1
1	2	6	0
2	4	10	1

¿Cuál es el valor de la desviación media de los datos de la tabla?

- A. 0
- B. 0,2
- C. 0,44
- D. 0,8
- E. 0,89

2

Considerando la tabla anterior, ¿cuál es la varianza de los datos?

- A. 0
- B. 0,2
- C. 0,44
- D. 0,8
- E. 0,89

3

Si se lanzan dos dados tradicionales no cargados y se suman las caras superiores resultantes, ¿cuál es la probabilidad de que, si la suma dio 4, una de las caras haya sido 1?

- A. 0,055
- B. 0,16
- C. 0,18
- D. 0,33
- E. 0,36

Revisa tus respuestas en el solucionario y luego revisa tu nivel de aprendizaje, ubicando la cantidad de respuestas correctas, en la siguiente tabla:

3 respuestas correctas:	Logrado.
2 respuestas correctas:	Medianamente logrado.
1 respuesta correcta:	Por lograr.

Completa el siguiente cuadro, en tu cuaderno:

Mi aprendizaje de la clase número _____ fue: _____.
-----------------------------------------------------

3<sup>o</sup>  
medio

# Texto escolar

## Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Botánica

4. Aplica las medidas de dispersión en la siguiente situación y responde.

Lisset desea comprobar la efectividad de un fertilizante para plantas. Para ello, cultivó 2 maceteros con 20 plantas cada uno. Luego de 2 semanas, los tamaños (en centímetros) de las plantas eran los siguientes:



Sin fertilizante	Con fertilizante
11 – 10 – 15 – 12 – 13 –	15 – 12 – 15 – 14 – 14 –
12 – 13 – 10 – 11 – 14 –	13 – 14 – 11 – 11 – 15 –
13 – 11 – 14 – 12 – 15 –	13 – 12 – 13 – 13 – 15 –
10 – 12 – 14 – 13 – 12	11 – 13 – 16 – 14 – 12

- ¿Hace crecer más las plantas el fertilizante? Justifica tu respuesta.
- Si el fertilizante mantiene el promedio de los tamaños pero disminuye la dispersión, ¿podría decirse que es efectivo?
- Si desea que el tamaño de sus plantas sea homogéneo, ¿debe agregar fertilizante en sus plantas? Argumenta.



**Actividad de aplicación** Pruebas estandarizadas.

**Objetivo:** Investigar la importancia de la desviación estándar.

**¿Qué haremos?** Analizar una prueba estandarizada.

**Planifiquemos e investiguemos**

**Paso 1:** Organícense en grupos de 2 o 3 integrantes e investiguen acerca del cálculo del puntaje en una prueba estandarizada como la PSU o el SIMCE sitios oficiales como el DEMRE o MINEDUC.

**Analicemos y concluyamos**

**Paso 2:** Luego de su investigación planteen y respondan algunas preguntas como por ejemplo:

- ¿Qué significa que una evaluación se encuentre “estandarizada”?
- ¿Es siempre el puntaje buen indicador en la evaluación?
- ¿Qué criterios utilizarían para comparar los puntajes de dos años seguidos?
- ¿Qué criterios utilizarían para comparar los puntajes obtenidos por instituciones o personas de dos regiones distintas?

**Paso 3:** Compartan y comuniquen a otros grupos el análisis que realizaron con respecto a las preguntas anteriores.

**Para concluir**

- ¿Por qué es importante no solo utilizar el promedio al comparar conjuntos de datos? Explica.
- ¿Se podrá usar siempre el coeficiente de variación para comparar dos conjuntos de datos? ¿Qué alternativas crees que podrían utilizarse en los casos en que no?

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. La siguiente tabla muestra el tiempo que se demora un estudiante en resolver distintos ensayos PSU de 40 preguntas.

Corrección de formularios en un mes	
Tiempo (minutos)	Frecuencia
[40, 45[	7
[45, 50[	10
[50, 55[	13
[55, 60[	18
[60, 65[	0
[65, 70]	21

- a. ¿Cuál es el tiempo promedio que se demora el estudiante en resolver los ensayos?

- b. Calcula la varianza y la desviación estándar.

- c. Si el promedio de los tiempos es superior a 55 minutos y la desviación estándar es superior a 45 minutos, el estudiante deberá realizar cambios en la forma de estudio. ¿Deberá realizar cambios para optimizar sus tiempos de estudio? Fundamenta.

---

2. A continuación, se presentan las notas que obtuvieron dos cursos en una prueba de Matemática. Dichas notas son determinantes para elegir al curso con mejor rendimiento para representar al colegio en las próximas olimpiadas matemáticas.

**3° medio A**

3,2 – 4,5 – 6,3 – 7,0 – 3,5 – 6,4  
 6,8 – 5,1 – 4,4 – 3,9 – 4,0 – 5,2  
 5,8 – 7,0 – 6,1 – 6,6 – 4,3 – 5,9

**3° medio B**

6,0 – 6,5 – 6,7 – 7,0 – 4,3 – 3,9  
 5,4 – 5,6 – 6,8 – 6,6 – 6,2 – 5,5  
 3,2 – 4,5 – 3,5 – 5,2 – 4,9 – 5,2

El profesor de la asignatura escogió al 3° A para representar al colegio en las próximas olimpiadas.

- a. Aplica las medidas de dispersión que consideres convenientes para comparar el rendimiento en la prueba de ambos cursos. Utiliza una hoja de cálculo para realizar los cálculos.

- b. ¿Fue correcta la decisión del profesor? Argumenta tu respuesta.

---



---

Realiza las siguientes actividades para que sepas cómo va tu proceso de aprendizaje.

1. Evalúa si las afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Justifica las falsas.
  - a. \_\_\_\_\_ Si  $A$  y  $B$  son sucesos y  $P(A) = \frac{1}{4}$ ,  $P(B) = \frac{2}{3}$  y  $P(A \cap B) = \frac{1}{8}$ , entonces  $P(A/B) = \frac{1}{2}$ .  
\_\_\_\_\_
  - b. \_\_\_\_\_ Si se escoge al azar un número entre 30 y 50 inclusive, la probabilidad de que sea impar dado que es mayor que 40 es  $\frac{5}{21}$ .  
\_\_\_\_\_
  - c. \_\_\_\_\_ Siempre se cumple que  $P(A/B)$  es equivalente a  $P(B/A)$ , con  $A$  y  $B$  sucesos.  
\_\_\_\_\_
  - d. \_\_\_\_\_ Si  $A$  y  $B$  son sucesos, para calcular  $P(A/B)$  solo se necesita conocer  $P(A)$  y  $P(B)$ .  
\_\_\_\_\_
  
2. La siguiente tabla de contingencia muestra el número de personas que padecen o no bronquitis, según sean o no fumadores:

	Fumadores	No fumadores
Con bronquitis	120	15
Sanos	42	65

Si se elige una persona al azar, responde:

- a. ¿Cuál es la probabilidad de que padezca bronquitis?, ¿y cuál es la probabilidad de que esté sana?
  
- b. ¿Cuál es la probabilidad de que esté sana dado que es fumador?, ¿cuál es la probabilidad que esté enferma dado que es fumador?
  
- c. ¿Cuál es la probabilidad de estar sano dado que no es fumador?, ¿cuál es la probabilidad que esté sana dado que no es fumador?