2º medio

# Aprendo
## sin parar

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

**Clase 2**

# Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Clase
**2**

## Inicio

Ya has recordado una propiedad fundamental de los números racionales: todo número decimal, ya sea finito, infinito periódico o semiperiódico se puede expresar como fracción. Comenzaremos ahora observando algunas características de esta representación que son fundamentales para comprender su diferencia con los números irracionales.

## Desarrollo

¡Recuerda!

- Toda fracción puede expresarse en forma irreductible, de modo que no haya divisores comunes para su numerador y denominador.

Ejemplo: $8{,}25 = \frac{825}{100}$ $\longrightarrow$ No es una fracción irreductible, 825 y 100 tienen como factor común a 5 y 25.

Dividimos ambos números por 25, simplificando la fracción:

$\frac{825 : 25}{100 : 25} = \frac{33}{4}$ $\longrightarrow$ 33 y 4 no tienen más divisores comunes.

Por lo tanto, decimos que $\frac{33}{4}$ es una fracción **irreductible.**

¡Recuerda!

- Todo número racional puede expresarse como fracción irreductible
- Si el denominador de la fracción es 1, se trata de un número entero.

Analiza la demostración de la irracionalidad de $\sqrt{2}$ dada en la página 19. Subraya las partes que no entiendas

a. ¿Puede ser $\frac{a}{b}$ un número entero? ¿Por qué?

b. ¿Es posible simplificar el producto $\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b}$ ? ¿Por qué?

c. Explica por qué, si la raíz de un número entero no es entera, es irracional.

Completa la tabla del ejercicio 1, página 20.

Lee el recuadro "En resumen" que está en la página 19 del texto y reprodúcelo en tu cuaderno, con tus propias palabras.

Utilizando una calculadora, verifica qué ocurre con las raíces cuadradas de los números naturales, de 1 a 30. Completa el siguiente listado de raíces aproximando a la centésima:

| Raíz | Aproximación o valor | Raíz | Aproximación o valor |
|---|---|---|---|
| $\sqrt{1}$ | | $\sqrt{16}$ | |
| $\sqrt{2}$ | | $\sqrt{17}$ | |
| $\sqrt{3}$ | | $\sqrt{18}$ | |
| $\sqrt{4}$ | | $\sqrt{19}$ | |
| $\sqrt{5}$ | | $\sqrt{20}$ | |
| $\sqrt{6}$ | | $\sqrt{21}$ | |
| $\sqrt{7}$ | | $\sqrt{22}$ | |
| $\sqrt{8}$ | | $\sqrt{23}$ | |
| $\sqrt{9}$ | | $\sqrt{24}$ | |
| $\sqrt{10}$ | | $\sqrt{25}$ | |
| $\sqrt{11}$ | | $\sqrt{26}$ | |
| $\sqrt{12}$ | | $\sqrt{27}$ | |
| $\sqrt{13}$ | | $\sqrt{28}$ | |
| $\sqrt{14}$ | | $\sqrt{29}$ | |
| $\sqrt{15}$ | | $\sqrt{30}$ | |

## Cierre

Vamos concluyendo:

a. ¿Qué caracteriza a los números irracionales? ¿Qué los diferencia de los racionales?Responde en tu cuaderno: ¿por qué es necesario expresar como fracción los decimales infinitos al realizar operaciones?

b. ¿Habrá números irracionales que no sean provenientes de las raíces cuadradas? ¿Conoces alguno? Escribelo.

**Próxima clase:**

- Te invitamos a seguir en la siguiente sesión con tu texto del estudiante, conocerás las propiedades de las operaciones con números irracionales y cómo ello nos permite determinar a qué conjunto pertenece el resultado de una operación.

2º medio

# Texto escolar

## Matemática

Unidad 1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

## Comprendo la demostración

Para determinar que $\sqrt{2}$ es un **número irracional**, utilizamos una demostración por **reducción al absurdo**.
Supongamos que $\sqrt{2}$ es un número racional. Luego, se podría escribir $\sqrt{2}$ como una fracción irreducible $\frac{m}{n}$, con $m, n \in \mathbb{N}$.

Es decir, ***m*** y ***n*** no tienen factores comunes distintos de 1.

$$\sqrt{2} = \frac{m}{n} \xrightarrow{\text{Al multiplicar por } n} \sqrt{2} \cdot n = m \xrightarrow{\text{Al elevar al cuadrado.}} 2n^2 = m^2$$

Entonces, 2 divide necesariamente a $m^2$, y como 2 es un número primo, también divide a $m$, por lo tanto $m^2$ es múltiplo de 4, o sea que para algún número natural $k$ se cumple que $m^2 = 4k$.

$2n^2 = m^2 = 4k$ → Porque $2n^2 = m^2$ y también $m^2 = 4k$.

$n^2 = 2k$ → Dividiendo por 2.

Es decir, necesariamente 2 divide a $n^2$, y como es número primo, 2 divide también a $n$.

Pero entonces se acaba de demostrar que 2 divide a $m$ y a $n$, los que por hipótesis no tenían factores comunes. Esta es una contradicción. Por lo tanto, la suposición de que $\sqrt{2}$ es un número racional es imposible. Así, queda demostrado que $\sqrt{2}$ es un número irracional.

### En resumen

El conjunto de los **números racionales** ($\mathbb{Q}$) está formado por todos los números que pueden representarse como el cociente entre dos números enteros, con divisor diferente de cero.
Su representación decimal puede ser finita, infinita periódica o infinita semiperiódica. Pero existen números que no pueden representarse como fracción, y su representación decimal infinita es no periódica. Estos conforman el conjunto de los **números irracionales** ($\mathbb{I}$).

El conjunto de los **números reales** ($\mathbb{R}$) incluye los números racionales ($\mathbb{Q}$) y los números irracionales ($\mathbb{I}$). Es decir: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$.

- Reales
  - Racionales
    - Enteros
      - Naturales
      - Cero
      - Enteros negativos
  - Irracionales

Los conjuntos $\mathbb{Q}$ y $\mathbb{I}$ son disjuntos, es decir, no existe un número real que sea racional e irracional simultáneamente.

El conjunto de los números reales, con la adición y la multiplicación, cumple las propiedades de clausura, conmutatividad, asociatividad, distributividad de la multiplicación respecto de la adición, existencia del elemento neutro para la adición y para la multiplicación, así como del elemento opuesto aditivo y el inverso multiplicativo.

**Glosario**

**Número irracional:** No puede representarse como el cociente entre dos números enteros, con divisor diferente de cero. Escrito en forma decimal, es infinito y no tiene período.

El método de demostración conocido como **reducción al absurdo** consiste en suponer lo contrario a lo que se desea demostrar para llegar a una contradicción.

¿A que se refieren estas propiedades?
Explícalas dando un ejemplo de cada una.

## Actividades de práctica

**1.** Identifica si cada número pertenece ($\in$) o no pertenece ($\notin$) al conjunto dado.

| | $\mathbb{N}$ | $\mathbb{Z}$ | $\mathbb{Q}$ | $\mathbb{I}$ |
|---|---|---|---|---|
| 21 | | | | |
| 3,14 | | | | |
| – 256 898 | | | | |
| $\sqrt{144}$ | | | | |
| $\sqrt{35}$ | | | | |
| $-\sqrt{49}$ | | | | |
| – 29,1 | | | | |
| 12,7639876 | | | | |
| $\sqrt{3}$ | | | | |

**2.** Resuelve las operaciones y clasifica los números en racionales o irracionales.

a. $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{5}$

b. $(\sqrt{3})^{-2}$

c. $\dfrac{\sqrt{29-\sqrt{16}}}{\sqrt{9}}$

d. $1+\sqrt{121}$

e. $(\sqrt{5}-1)^{2}$

**3.** Expresa los siguientes números decimales como fracción.

a. 6,2

b. 4,38

c. 2,552

d. 7,9913

e. $0,\overline{51}$

f. $0,\overline{025}$

g. $0,4\overline{26}$

h. $2,4\overline{35}$